

Ayudantía 7

Leyes de Kirchhoff

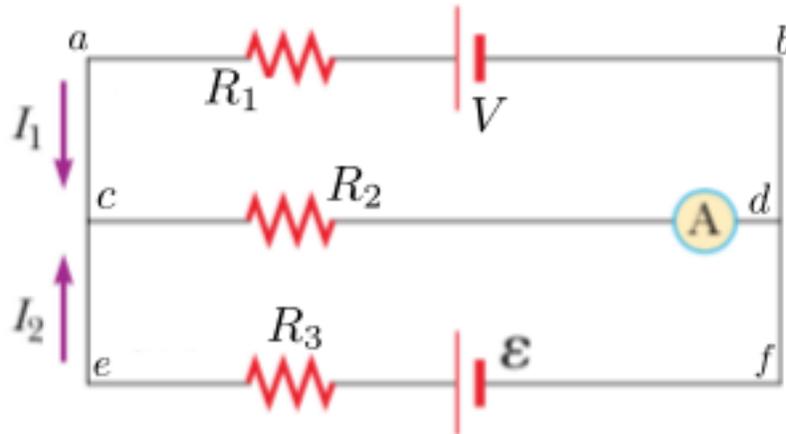
23 y 24 de mayo de 2019

Profesor: Dany López

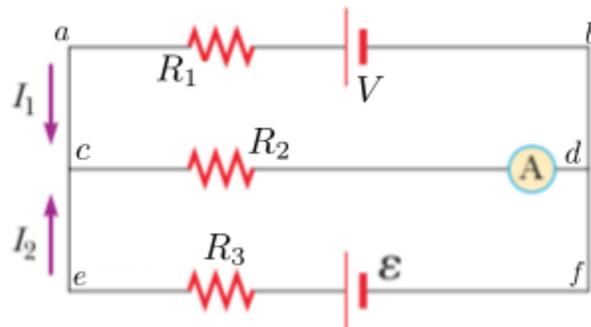
Ayudante: Fernando Vergara

Problema 1

En el circuito de la figura, el amperímetro mide una corriente I_3 . Determine el valor de I_1 , I_2 , y ϵ .



Solución:



Sobre el punto c tenemos que:

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (1.1)$$

mientras que sobre d tenemos la misma ecuación.

Ahora separamos el circuito en dos.

a) Sección *abfea*

Notamos que tenemos dos fuentes en sentidos contrarios. Tomamos positivo el sentido horario. Así la ecuación queda:

$$\epsilon - V = -I_1 R_1 + I_2 R_3 \quad (1.2)$$

b) Sección *cdfec*
Tomando positivo el sentido horario.

$$\epsilon = I_2 R_3 + I_3 R_2 \quad (1.3)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones tenemos

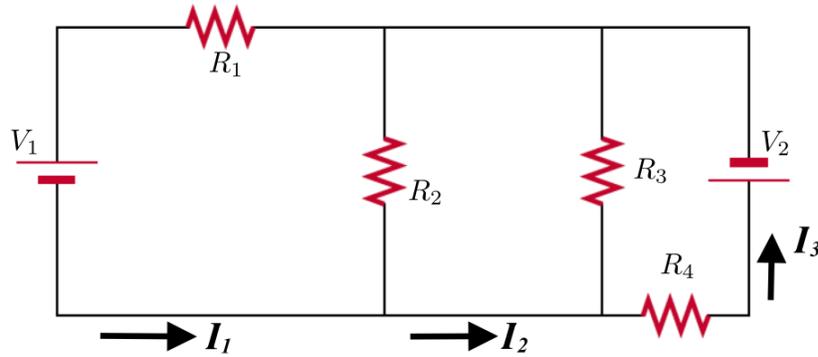
$$I_1 = \frac{-R_2 I_3 + V}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{-R_2 I_3 + V - R_1 I_3}{R_1}$$

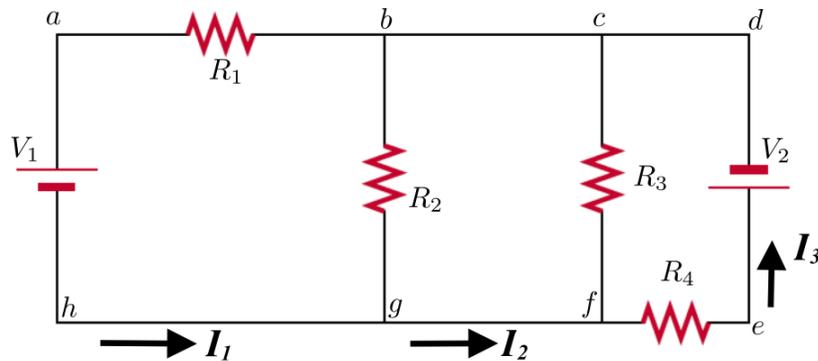
$$\epsilon = -\frac{R_3(-R_2 I_3 + V - R_1 I_3)}{R_1} + R_2 I_3$$

Problema 2

Encuentre la corriente y el voltaje sobre cada resistencia (I_1 , I_2 e I_3 son desconocidos).



Solucion:



Aclaración: Cuando estaba escribiendo la solución, me di cuenta que el sistema no tiene solución para las 5 incógnitas, pese a encontrar 5 ecuaciones, por lo que asumimos como conocidas I_1 , I_2 y I_3 .

Respecto a las corrientes en el nodo g se tiene:

$$I_1 = I_2 + I_4 \quad (2.1)$$

donde I_4 es una corriente salientes desde el nodo g. En el nodo f se tiene

$$I_2 = I_5 + I_3 \quad (2.2)$$

donde I_5 es una corriente saliente desde f. Notando que entre b y c se tiene I_2 se tiene que entre a y b pasa I_1 .

Para ejemplificar mejor, tomare todas las posibles separaciones. Separando el circuito se tiene que:

a) Sección *abcdefg*

Las fuentes están en igual sentido, por lo que tomamos positivo el sentido horario.

$$V_1 + V_2 = -I_1 R_1 - I_3 R_4 \quad (2.3)$$

b) Sección *abhga*

Tomando positivo el sentido horario se tiene

$$V_1 = -I_1 R_1 - I_4 R_2 \quad (2.4)$$

c) Sección *abcfgha*

Tomando positivo el sentido antihorario se tiene

$$V_1 = -I_1 R_1 - I_5 R_3 \quad (2.5)$$

d) Sección *dcbgfed*

Tomando el sentido positivo como el horario tenemos

$$V_2 = -I_3 R_4 + I_4 R_2 \quad (2.6)$$

e) Sección *dcfed*

Tomando el sentido positivo como el horario tenemos

$$V_2 = -I_3 R_4 + I_5 R_3 \quad (2.7)$$

f) Sección *gfcbg*

En esta sección notamos que no tenemos fuente de poder, por lo que eligiendo (arbitrariamente) el sentido positivo como horario

$$0 = I_4 R_2 - I_5 R_3 \quad (2.8)$$

Ahora el motivo por el cual tomando las ecuaciones de (2.1) a (2.5) no tiene solución es que en las eq (2.4) más la (2.6) dan la (2.3), de igual forma la (2.5) más la (2.7). ¿Que significa esto? Que la información de las ecuaciones (2.4) a las (2.7) ya se encuentra contenida en la eq (2.3), por lo que teniendo la eq (2.3), ya tenemos toda la info de estas ecuaciones. De esta forma es que las únicas ecuaciones independientes son:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_2 + I_4 \\ I_2 &= I_5 + I_3 \\ V_1 + V_2 &= -I_1 R_1 - I_3 R_4 \\ 0 &= I_4 R_2 - I_5 R_3 \end{aligned}$$

Por lo que el sistema (con la información que tiene) solo puede resolverse hasta para 4 incógnitas. Por ello es que asumiremos I_1 conocido, teniendo así de incógnitas las 4 corrientes restantes. Si resolvemos el sistemas de ecuaciones tenemos que:

$$\begin{aligned} I_3 &= \frac{-I_1 R_1 - V_1 - V_2}{R_4} \\ I_4 &= \left(\frac{R_3}{R_3 + R_2} \right) \left(I_1 - \left[\frac{-I_1 R_1 - V_1 - V_2}{R_4} \right] \right) \\ I_2 &= I_1 - I_4 = I_1 - \left(\frac{R_3}{R_3 + R_2} \right) \left(I_1 - \left[\frac{-I_1 R_1 - V_1 - V_2}{R_4} \right] \right) \\ I_5 &= \frac{R_2}{R_3} I_4 = \left(\frac{R_2}{R_3 + R_2} \right) \left(I_1 - \left[\frac{-I_1 R_1 - V_1 - V_2}{R_4} \right] \right) \end{aligned}$$

Problema 3

Conocidas las corrientes I_1 y I_2 , voltajes y resistencias, determine la potencia disipada por la resistencia R_2 y el voltaje entre los puntos a y b ($V_{ab} = V_a - V_b$).

Problema 4

Determine la corriente que pasa sobre cada resistencia en el siguiente circuito.

