

Prueba P3 Modelo

Benjamín Vera
Ayudante de Matemáticas 1D

Junio 2019

Nombre:

Instrucciones: Esta prueba es un modelo de la prueba 3 de Matemáticas 1 2019, diseñado para estudio personal. Consta de 4 preguntas, cada una de las cuales está pensada para durar 30 minutos en su desarrollo. Si ud. desea, puede enviar su desarrollo a benjavaldesv@gmail.com para que sea revisado y se le entregue una nota.

Instrucción adicional: En el transcurso de esta prueba NO se puede utilizar la regla de L'Hôpital.

P1.- Sea $a \in \mathbb{R}$ y considere la siguiente función $f : \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por partes como sigue:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x+2)^2(x-1)}{x^2+x-2} & \text{si } x < 1 \\ a & \text{si } x = 1 \\ \left| \frac{2x}{x-1} \right| & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

(i) Calcule $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

(ii) Determine, en caso de existir, un valor de a tal que la función f sea continua en 1.

P2.- Calcule, si existen, los siguientes límites:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - x - x^2}{x^3 - 3x + 2}$

P3.- Considere la función $f : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \frac{1-3x^3}{x-1}$. Estudie la posible existencia de $x_0 \in \mathbb{R} - \{1\}$ tal que $f(x_0) = 2019$.

P4.- Sean $a, b, c \in \mathbb{R}$ y consideremos la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x) = \begin{cases} a - \frac{x^2}{b} & \text{si } x < 0 \\ \cos x & \text{si } 0 \leq x \end{cases}$$

(a) Encuentre el valor de a para que f sea continua en 0.

(b) Utilizando el valor de a encontrado en (a), determine $f'(x)$ y pruebe que es continua en todo su dominio.

(c) Encuentre el valor de b para que f' sea diferenciable en 0.

(d) Determine $f''(x)$.