Universidad de Chile
Programa de Bachillerato
Matemáticas 1
1*er*. semestre de 2019

Taller de ayudantía 11
Funciones sinusoidales y Teorema del seno.

27/05/2019

En este taller estudiaremos funciones sinusoidales y utilizando sus gráficas resolveremos problemas de contexto. Además, aplicaremos el Teorema del seno para la resolución de triángulos.

Objetivos:

- Reconocer la gráfica de la función seno para usarla como herramienta en la construcción de gráficas de funciones sinusoidales.
- Análisis cuantitativo y cualitativo de una función sinusoidal en problemas de contexto.
- Aplicaciones del Teorema del seno en problemas de triángulos.

Ejercicios Propuestos

1. En la teoría de biorritmos, se usa una función sinusoidal de la forma

$$P(t) = 50\,\mathrm{sen}(\omega t) + 50$$

para medir el porcentaje $P(t)$ del potencial de una persona en el tiempo t, donde t se mide en días y $t = 0$ es la fecha de nacimiento de la persona. Comúnmente se miden tres características: *Potencial físico*, el cual llamaremos $P_1(t)$, cuyo periodo es de 23 días, *Potencial emocional*, el cual denotamos por $P_2(t)$, que tiene un periodo de 28 días y *Potencial intelectual*, al cual llamamos $P_3(t)$ y tiene un periodo de 33 días.

   a) Encuentre ω para cada característica.
   b) Esbozar la gráfica de las funciones $P_1(t)$, $P_2(t)$ y $P_3(t)$.
   c) ¿Existe un tiempo t en que las tres características tengan un potencial de 100 %?, justifique su respuesta.
   d) Suponga que hoy tiene 20 años ($t = 7305$ días). Describa su potencial físico, emocional e intelectual para los siguientes 30 días.

2. a) Suponga que $\triangle ABC$ tiene lados a, b y c, donde el lado a es opuesto al vértice A, el lado b es opuesto al vértice B y el lado c es opuesto al vértice C. Además suponga que α, β y γ son los ángulos de los vértices A, B y C respectivamente. Trace una altura h desde el vértice B hacia el punto D que está en el lado b (recta que va desde el vértice B hasta el punto D y es perpendicular al lado b), formando así el triángulo rectángulo $\triangle ADB$.

Usar esta construcción y el teorema del seno para probar que el área del triángulo $\triangle ABC$ es

$$\text{Área}_{\triangle} = \frac{1}{2} bc \operatorname{sen}(\alpha).$$

Observación: Se puede realizar este mismo procedimiento y calcular el área de $\triangle ABC$ en terminos de $\operatorname{sen}(\beta)$ y $\operatorname{sen}(\gamma)$, quedando

$$\text{Área}_{\triangle} = \frac{1}{2} ac \operatorname{sen}(\beta)$$

y

$$\text{Área}_{\triangle} = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen}(\gamma),$$

respectivamente.

b) Asignaremos los mismos nombres que antes al triángulo $\triangle ABC$, cuya área es de 10 metros cuadrados. Adicionalmente, si $a = \sqrt{\dfrac{80}{\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})}}$ metros, $c = \dfrac{40}{b}$ metros, el ángulo del vértice C mide $105°$ y asuma que

$$\operatorname{sen}(75°) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4},$$

usar el ítem a) para deducir el valor de los ángulos interiores de este triángulo.

No te rindas, por favor no cedas,
aunque el frío queme,
aunque el miedo muerda,
aunque el sol se esconda y se calle el viento,
aún hay fuego en tu alma,
aún hay vida en tus sueños,
porque la vida es tuya y tuyo también el deseo,
porque lo has querido y porque te quiero.
"No te rindas", Mario Benedetti.