



Taller de ayudantía 9
Inyectividad, epiyectividad y biyectividad. Funciones inversas.
13/05/2019

En este taller, analizaremos la inyectividad, epiyectividad y biyectividad de una función. En el caso de una función biyectiva determinaremos su función inversa y sus gráficos. Relacionaremos la monotonía con la inyectividad. Aplicaremos estos conceptos a un modelo de población.

Objetivos:

- Analizar si una función es inyectiva.
- Analizar si una función es epiyectiva.
- Analizar si una función es biyectiva.
- Determinar la función inversa de una función.
- Obtener el gráfico de f^{-1} a partir del gráfico de f .
- Demostrar propiedades que relacionan la monotonía de una función con la inyectividad.

Ejercicios Propuestos

1. Sea $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{8\}$ definida por $f(x) = \left(\frac{2x-1}{x-1}\right)^3$.
 - a) Determine el conjunto imagen de f .
 - b) Demuestre que f es inyectiva y epiyectiva.
 - c) Determine la función inversa de f (a tal función la denominaremos f^{-1}).
2.
 - a) Demuestre que toda función estrictamente creciente o estrictamente decreciente es inyectiva.
 - b) De un contraejemplo de la siguiente afirmación: “Si una función es inyectiva entonces es estrictamente creciente o estrictamente decreciente”
 - c) ¿Es cierto que si f es biyectiva y creciente (decreciente) entonces su inversa f^{-1} también es creciente (decreciente)?
 - d) Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2$ y $g: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = \sqrt{x}$. ¿Es g la función inversa de f ? ¿Es f la función inversa de g ?

3. En el marco de un proyecto cuyo objetivo fue proteger una variedad de garza en curso de extinción, se comenzó liberando cierta cantidad de ejemplares en un área protegida. Según los expertos, el número N de garzas (aproximadamente) que se encontrarán en el área en función del tiempo t transcurrido desde que se liberaron las garzas, viene dado por la función $N(t) = 800 - \frac{750}{t+1}$, donde $t \geq 0$ y t está medido en años.
- En el largo plazo, ¿cuál será a lo más la población de garzas?
 - Grafique $N(t)$ y determine su imagen.
 - ¿Es $N : [0, +\infty[\rightarrow \text{Im}(N)$, definida por $N(t) = 800 - \frac{750}{t+1}$, una función biyectiva?
 - Modele el tiempo t en función del número de ejemplares N y grafique.
4. Sea $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(s) = s + \frac{1}{s}$.
- Determine la imagen de f .
 - ¿Es f inyectiva y/o epiyectiva?
 - Sea $g: [-1, 0[\cup [1, +\infty[\rightarrow \text{Im}(f)$ definida por $g(s) = s + \frac{1}{s}$. Demuestre que g es biyectiva y determine su inversa.

No hay ascensor al éxito, tienes que tomar las escaleras.