



Taller de ayudantía $\frac{15}{2}$
Funciones y propiedades de funciones
08/05/2019

En este taller, resolveremos un problema contextualizado utilizando modelamiento de funciones. Repasaremos los conceptos de funciones, tales como: dominio, imagen, monotonía y operaciones entre ellas. Analizaremos, demostraremos y aplicaremos propiedades de la imagen.

Objetivos:

- Resolver problemas mediante el modelamiento algebraico de funciones.
- Realizar operaciones entre funciones.
- Analizar la monotonía de una función.
- Analizar propiedades de la imagen de una función.
- Demostrar propiedades sencillas de la imagen de una función.
- Aplicar propiedades de la imagen para obtener información de ella.

Ejercicios Propuestos

1. Sean $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $h: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 5 - x$, $g(x) = 2 - x$ y $h(x) = -\frac{4}{x-1}$, respectivamente.
 - a) Determine los valores de $x \in \text{Dom}(f + h)$ para los cuales
 - i) $(f + h)(x) = 0$
 - ii) $(f + h)(x) > 0$
 - iii) $(f + h)(x) < 0$
 - b) Determine la imagen de la función $\frac{f}{g}$ y esboce su gráfico.
 - c) Determine la imagen de la función $h \circ \left(\frac{f}{g}\right)$, analice su monotonía y gráfiquela.
 - d) Analice los intervalos de monotonía de la función $h \circ g$.

2. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \sqrt[3]{1 - \frac{18}{2 + x^2}}$.
- Verifique que f es una función par.
 - Determine el tipo de monotonía de f en el intervalo $[0, \infty[$.
 - Calcule la Imagen de f .
 - ¿Es f una función acotada? ¿Posee f un mínimo absoluto o un máximo absoluto? Si la respuesta es afirmativa determine los valores de x para los cuales la función alcanza el valor mínimo absoluto y/o el valor máximo absoluto.
3. Sean x, y dos números reales, con $x, y \geq 0$ tales que: $x + y = 10$ y sea $S = x^2 + y^2$.
- Expresa S en función de x (utilizando la condición dada), e indique el dominio de ésta.
 - Expresa S en su forma canónica y represéntela gráficamente.
 - Determine los valores de x e y para los cuales la suma S alcanza su mínimo valor. ¿Cuál es el valor mínimo de S ?
 - Indique en qué intervalos la función es creciente y en qué intervalos es decreciente y demuestre sus afirmaciones.
4. Sean $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = |x|$ y $g: \mathbb{R} - \{2/3\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = \frac{4x - 3}{2 - 3x}$.
- Expresa la función g en su forma canónica y represéntela gráficamente.
 - Analice la monotonía de g y demuéstrela.
 - Determine $(f \circ g)(x)$, indicando su dominio (dominio máximo). Esboce el gráfico de la función $(f \circ g)$.
 - A partir del gráfico, indique el conjunto imagen de $(f \circ g)$ para los $x \geq \frac{3}{4}$. ¿Es acotado?

“Leer, como se come, todos los días, hasta que la lectura sea, como el mirar, un ejercicio natural, pero gozoso siempre. El hábito no se adquiere si él no promete y cumple placer”.