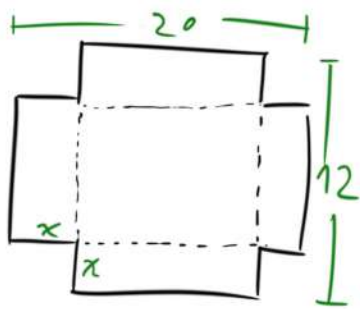


P1



Consideración: $x \geq 0$

$$S_{\text{total}} = 20 \cdot 12 = 240$$

$$S_{\text{cuadrado}} = x^2$$

→ hay 4 de estas

por lo tanto:

$$S_{\text{removida}} = 4x^2$$

$$S_{\text{caja}} = S_{\text{total}} - S_{\text{removida}} = 240 - 4x^2 \quad / \quad \begin{array}{l} \text{condición:} \\ S_{\text{caja}} \geq 192 \end{array}$$

$$\Rightarrow 240 - 4x^2 \geq 192 \quad / \cdot \frac{1}{4}$$

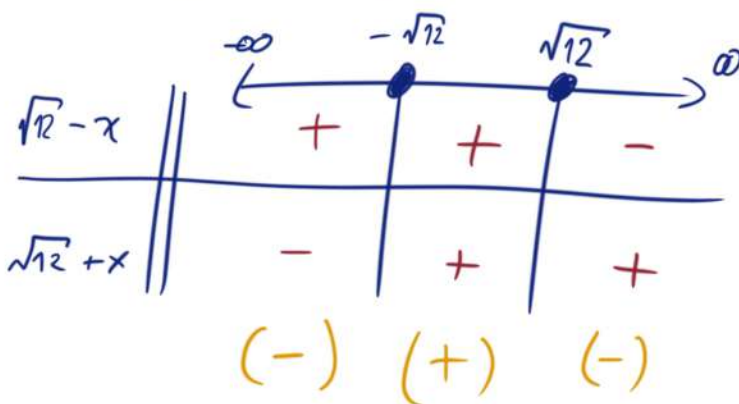
$$\Leftrightarrow 60 - x^2 \geq 48 \quad / - 48$$

$$\Leftrightarrow 12 - x^2 \geq 0 \quad / \text{factorizo}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{12} - x)(\sqrt{12} + x) \geq 0 \quad / \text{ptos críticos:}$$

$$x = \sqrt{12}$$

$$x = -\sqrt{12}$$



nota: $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$$\Rightarrow x \in [-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}]$$

¡pero ojo que x debe ser no-negativo!

$$\Rightarrow x \in [0, 2\sqrt{3}]$$

$$P_2 \mid (1) \mid x+1 \mid + \mid x-1 \mid \leq 2$$

ptos. críticos: $x = -1$, $x = 1$

① en $] -\infty, -1[$:

$$\left. \begin{array}{l} \text{i) } x+1 < 0 \Rightarrow |x+1| = -(x+1) = -x-1 \\ \text{ii) } x-1 < 0 \Rightarrow |x-1| = -(x-1) = -x+1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{la ec. queda:} \\ -x-1-x+1 \leq 2 \\ \Leftrightarrow -2x \leq 2 \mid \cdot \frac{-1}{2} \\ \Leftrightarrow \underline{x \geq -1} \end{array}$$

$$S_1 =] -\infty, -1[\cap [-1, \infty[= \emptyset \quad \ddot{\smile}$$

② en $[-1, 1]$:

$$\left. \begin{array}{l} \text{i) } x+1 \geq 0 \Rightarrow |x+1| = x+1 \\ \text{ii) } x-1 \leq 0 \Rightarrow |x-1| = 1-x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{la ec. queda:} \\ x+1+1-x \leq 2 \\ 2 \leq 2 \quad \text{Siempre se cumple} \end{array}$$

$$S_2 = \mathbb{R} \cap [-1, 1] = [-1, 1] \quad \smile$$

③ en $] 1, \infty[$:

$$\left. \begin{array}{l} \text{i) } x+1 > 0 \Rightarrow |x+1| = x+1 \\ \text{ii) } x-1 > 0 \Rightarrow |x-1| = x-1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{la ec. queda:} \\ x+1+x-1 \leq 2 \\ \Leftrightarrow 2x \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 1 \end{array}$$

$$S_3 =] -\infty, -1] \cap] 1, \infty[= \emptyset \quad \ddot{\smile}$$

por lo tanto:

$$S_f = S_1 \cup S_2 \cup S_3 = [-1, 1] \quad (1)$$

$$(2) \quad \sqrt{x+1} > \sqrt{2x} \quad / \text{ restricciones:}$$

$$i) x \geq 0$$

$$ii) x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$$

ii) es más restrictiva

→ ahora elevemos al cuadrado
(el orden no cambia
porque todo es positivo)

$$\Rightarrow x+1 > 2x \quad / -x$$

$$\Leftrightarrow 1 > x \quad \Leftrightarrow S_{(2)}^f =]-\infty, 1[\cap [0, \infty[\\ = [0, 1[$$

solución del sistema:

$$S = S_{(1)}^f \cap S_{(2)}^f = \underline{\underline{[0, 1[}}$$

a) el conj. solución es acotado.

$$b) \quad CS(s) = [1, \infty[$$

$$CI(s) =]-\infty, 0]$$

$$\sup(s) = 1, \quad \inf(s) = 0$$

$$\max(s) \quad \cancel{\Delta}, \quad \min(s) = 0$$

P₃

recordemos que la distancia entre dos reales a y b viene dada por $|a-b|$. Así, tenemos

$$|(3x-7) - x^2| \leq 8 \quad / \quad |x| = |-x|$$

$$\Leftrightarrow |x^2 - 3x + 7| \leq 8 \quad / \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 9 - 4 \cdot 1 \cdot 7$$

$$= 9 - 28 \leq 0$$

° ° $x^2 - 3x + 7$ es siempre positivo o negativo. $\rightarrow$

con $x=0$, la expresión da $7 \geq 0$. por lo tanto, concluimos que

$$|x^2 - 3x + 7| = x^2 - 3x + 7$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 7 \leq 8 \quad / -8$$

$$x^2 - 3x - 1 \leq 0 \quad / \quad \Delta = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)$$

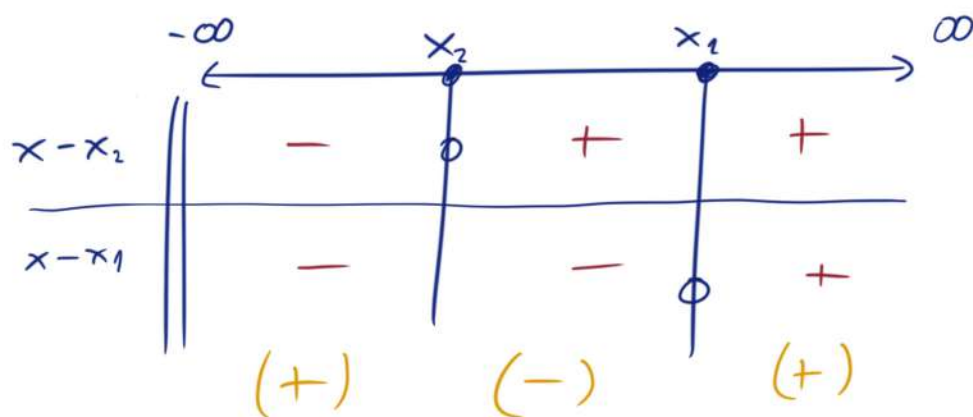
$$= 9 + 4 = 13$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{ceros:} \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \end{array} \right)$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{3 - \sqrt{13}}{2} \right) \left(x - \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \right) \leq 0$$

$\hookrightarrow x_1$

$\hookrightarrow x_2$



$$x \in \left[\frac{3 - \sqrt{13}}{2}, \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \right]$$

P4 a) queremos h y k tales que para todo $x \in \mathbb{R}$, se cumpla:

$$-2x^2 + x - 1 = -2(x-h)^2 + k$$

forma 1: reemplazar valores arbitrarios para x .

$x=0$ $-1 = -2(-h)^2 + k \Leftrightarrow -1 = -2h^2 + k$ ⓐ

$x=1$ $-2 + 1 - 1 = -2(1-h)^2 + k$

$$-2 = -2(1 - 2h + h^2) + k$$

$$\cancel{-2} = \cancel{-2} + 4h - 2h^2 + k$$

$$0 = 4h - 2h^2 + k \quad \textcircled{b}$$

tenemos las ecuaciones:

$$0 = 4h - 2h^2 + k \rightarrow \text{esto es } -1!$$

$$-1 = -2h^2 + k \Rightarrow 0 = 4h - 1$$

$$\Leftrightarrow 4h = 1 \Leftrightarrow \boxed{h = \frac{1}{4}}$$

en ⓐ:

$$-1 = -2\left(\frac{1}{4}\right)^2 + k \Rightarrow k = -1 + 2\left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow k = -1 + \frac{2}{16} = -1 + \frac{1}{8} = \boxed{\frac{-7}{8}}$$

forma 2: completar cuadrado

$$\begin{aligned} & -2x^2 + x - 1 & / & \text{quiero que } x^2 \text{ esté solo} \\ & = -2\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right) & / & -\frac{1}{2} = 2b \Leftrightarrow \boxed{b = -\frac{1}{4}} \\ & = -2\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} + \frac{1}{2} - \frac{1}{16}\right) & / & \begin{array}{l} \text{(hago aparecer } b^2) \\ \text{factorizo} \end{array} \\ & = -2\left(\underbrace{\left(x - \frac{1}{4}\right)^2}_{\text{factorizado}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{16}\right) & / & \text{a ordenar} \\ & = -2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - 1 + \frac{1}{8} & / & \text{junto fracciones} \\ & = -2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8} & / & \text{tenemos la forma que queríamos :)} \\ & \text{o.o.} \quad h = \frac{1}{4}, \quad k = -\frac{7}{8} \end{aligned}$$

encontrar el menor c t q:

$$-2x^2 + x - 1 \leq c \quad / \text{reemplazo la forma que obtuve}$$

$$-2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8} \leq c \quad / + \frac{7}{8}$$

notar que: $\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \underset{(-2)}{-2}\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 \leq 0 \Leftrightarrow \underset{\left(-\frac{7}{8}\right)}{-2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}} \leq -\frac{7}{8}$

$$\boxed{c = -\frac{7}{8}}$$

b)

$$\frac{x}{x+1} + \frac{2}{x} \geq -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2(x+1)}{x(x+1)} \geq -1 \quad | +1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 2}{x(x+1)} + \frac{1(x)(x+1)}{x(x+1)} \geq 0$$

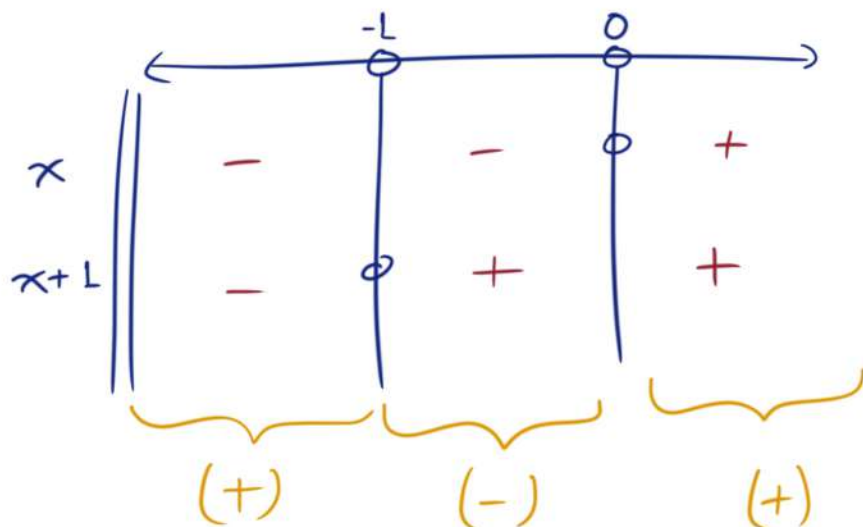
$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 2 + x^2 + x}{x(x+1)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 + 3x + 2}{x(x+1)} \geq 0$$

$\Delta = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 - 16 < 0$
 $\therefore$ esto es siempre (+)
 (prueba con $x=0$)

como $2x^2 + 3x + 2$ es siempre positivo y nunca es 0, podemos dividir a ambos lados por él

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x(x+1)} \geq 0 \quad | \text{ P.C. } \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases}$$



$$x \in]-1, 0[$$