Taller 1

P1 a) $$\frac{x+1}{x} = \frac{x+1}{x-1} - \frac{3}{x} \quad / + \frac{3}{x}$$

→ restricciones:
i) $x \neq 0$
ii) $x \neq 1$

$$\Longleftrightarrow \frac{x+1}{x} + \frac{3}{x} = \frac{x+1}{x-1} \quad / \text{ junto fracciones}$$

$$\Longleftrightarrow \frac{x+4}{x} = \frac{x+1}{x-1} \quad / \cdot x(x-1)$$

(multiplico cruzado)

$$\Longleftrightarrow (x+4)(x-1) = x(x+1) \quad / \text{ expando}$$

$$\Longleftrightarrow \cancel{x^2} + 3x - 4 = \cancel{x^2} + x \quad / +4$$

$$\Longleftrightarrow 3x = x + 4 \underset{(-x)}{\Longleftrightarrow} 2x = 4 \underset{(\cdot \frac{1}{2})}{\Longleftrightarrow} \boxed{x = 2}^{\circledast}$$

$\circledast$ notar que $x=2$ NO es una restricción.
Por lo tanto efectivamente es solución !! :)

b) $$\frac{x+6}{\sqrt{x+3}} = \sqrt{2x+12} \quad / \text{ restricciones}$$

i) $2x + 12 \geq 0 \Longleftrightarrow x + 6 \geq 0 \Longleftrightarrow \underline{x \geq -6}$

ii) $x + 3 > 0 \Longleftrightarrow \underline{x > -3}$ → esta es la rest. más grande.

↳ no puede ser igual a 0 porque está en el denominador.

tenemos,

$$\frac{x+6}{\sqrt{x+3}} = \sqrt{2x+12} \quad / \cdot \sqrt{x+3}$$

$$\Longleftrightarrow \quad x+6 = \sqrt{2x+12}\,\sqrt{x+3} \quad / \sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

(junto raíces)

(*)

$$\Longleftrightarrow \quad x+6 = \sqrt{2x^2+18x+36} \quad / \ (\ )^2$$

$$\Longleftrightarrow \quad (x+6)^2 = 2x^2+18x+36 \quad / \text{expando}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \cancel{x^2} + \cancel{12x} + \cancel{36} = \overset{x^2}{\cancel{2x^2}} + \overset{6x}{\cancel{18x}} + \cancel{36} \quad / \text{junto términos semejantes}$$

$$\Longleftrightarrow \quad 0 = x^2 + 6x \underset{\text{(factorizo)}}{=} x(x+6)$$

(producto de dos cosas es 0)

$$\Longrightarrow \quad \boxed{x=0} \ \checkmark$$

$$x = -6 \ \times$$ esta solución es falsa por restricciones

(*) comentario: a partir de este paso, si reemplazamos $x=-6$, la ec. tiene sentido! Es el uso de la propiedad $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ lo que "oculta" la restricción.

$\underline{P_2}$ $x^2 + x + 1 = 0$ / Vamos a completar el cuadrado.

Paso 1: Asegura que el término x^2 esté por sí solo. ✓✓

Paso 2: Haz aparecer un 2 en el término x.

$$\Longleftrightarrow x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} x + 1 = 0$$

Paso 3: Identifica los elementos a y b en tu binomio

$(a+b)^2$

$x \rightsquigarrow a$, $\quad 2 \cdot \frac{1}{2} x \to 2ab$

$\frac{1}{2} \rightsquigarrow b$, el binomio va a ser $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

Paso 4: Suma b^2 a ambos lados

$$\Longleftrightarrow \underbrace{x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{4}}_{\text{factoriza}} + 1 = \frac{1}{4}$$

$$\Longleftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{1}{4} \underset{(-1)}{\Longleftrightarrow} \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{-3}{4}$$

esto no tiene solución p.q. $\frac{-3}{4} < 0$

☒

P3 **Variables**

(a) T_1 : tiempo en que la motobomba 1 bombea $1\,m^3$

T_2 : tiempo en que la motobomba 2 bombea $1\,m^3$

queremos encontrar esto!

ecuaciones:

(1) $T_2 = T_1 + 3$

→ **OBS:** nos interesa obtener el volumen de agua bombeado en una hora por cada motobomba. Para esto, vamos a hacer una regla de tres.

$T_1\,hrs \longrightarrow 1\,m^3$

$1\,hr \longrightarrow x\,m^3$

$$\iff \frac{T_1}{1} = \frac{1}{x}$$

$$\iff \boxed{x = \frac{1}{T_1}}$$

análogamente, la cant. bombeada por la motobomba 2 en una hora viene dada por $\frac{1}{T_2}$

→ decir que ambas juntas bombean $1\,m^3$ en 5hrs es equivalente a decir que en una hora bombean $\frac{1}{5}\,m^3$. en otras palabras:

$$(2) \quad \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} = \frac{1}{5}$$

→ sustituyo T_2 de la ec. (1)

$$\Rightarrow \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_1+3} = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{T_1+3+T_1}{T_1(T_1+3)} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{2T_1+3}{T_1^2+3T_1} = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow 10\,T_1 + 15 = T_1^2 + 3\,T_1 \Leftrightarrow T_1^2 - 7T_1 - 15 = 0$$

Vamos a tener que usar formula:

$a = 1$

$b = -7$

$c = -15$

$$\rightarrow T_1 = \frac{7 \pm \sqrt{49+4\cdot 15}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{109}}{2}$$

$\sqrt{109} \sim 10{,}44$

nota: como $T_1>0$, consideraremos la solución positiva.

$$\hookrightarrow T_1 = \frac{7+\sqrt{109}}{2} \approx \underline{8{,}72}$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 + 3 = \underline{11{,}72}$$

(b) $C_1(t)$: costo de la motobomba 1 por el tiempo t.

$C_2(t)$: costo de la motobomba 2 por el tiempo t.

luego:

$$\begin{cases} C_1(t) = 30.000 + 2.000t \\ C_2(t) = 10.000 + 2.500t \end{cases}$$

para bombear $2{,}3\ m^3$ con solo la motobomba 1, la arrendaríamos por $2{,}3 \cdot 8{,}72 \approx 20$ hrs. El costo sería

$$C_1(20) = 30.000 + 40.000 = \underline{\$70.000}$$

→ solo la motobomba 2:

tiempo $= 2{,}3 \cdot 11{,}72 \approx 27$ hrs $\rightarrow C_2(27) = \underline{\$77.500}$

Ambas juntas:

tiempo:

$1 m^3 \rightarrow 5$ hrs

$2{,}3 m^3 \rightarrow x$ hrs

$\Longleftrightarrow \frac{1}{2{,}3} = \frac{5}{x}$

$\hookrightarrow x = 2{,}3 \cdot 5 = 11{,}5$

$$C(11{,}5) = C_1(11{,}5) + C_2(11{,}5)$$

$$= 40.000 + 11{,}5 \cdot 4.500$$

$$= \$91.750$$

observaciones:

→ la motobomba 2 por si sola es menos conveniente en todo sentido mientras que la 1 tarda menos y cuesta menos.

→ Se pueden arrendar ambas. Eso reduce el tiempo casi a la mitad al costo de $21.750.