

Solución Taller 14.

$$1.- \quad f(x) = \frac{4x}{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}$$

$$g(x) = \frac{3x^4 - 4}{5x^4 + 2x^2}$$

$$\begin{aligned} (a) \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}} \cdot \frac{\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}}{\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x(\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x})}{2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} 2(\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}) \\ &= 2(\sqrt{4} + \sqrt{4}) = 8 // \end{aligned}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^4 - 4}{5x^4 + 2x^2}$$

Note que como $5x^4 + 2x^2 > 0$ si $x \neq 0$, entonces

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{5x^4 + 2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{5x^4 + 2x^2} = \infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (3x^4 - 4) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{5x^4 + 2x^2} = -\infty.$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 4}{5x^4 + 2x^2} \cdot \frac{\frac{1}{x^4}}{\frac{1}{x^4}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{4}{x^4}}{5 + \frac{2}{x^2}} = \frac{3}{5} //$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot g(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot (3x^4 - 4)}{5x^4 + 2x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 4x}{5x^3 + 2x}$$

Luego, como el numerador crece más rápido
 (gr(3x⁵-4) > gr(5x³+2x)) Entonces el límite
 diverge.

$$(e) \lim_{x \rightarrow 0} (f(x) \cdot g(x)) =$$

note que como los límites existen y valen

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 8 \quad y \quad \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$$

se tiene

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x) = -\infty$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) + x^2 g(x) =$$

(i) Calcularos.

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^4 - 4}{5x^2 + 2} = -2.$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) + x^2 g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} x^2 g(x) \\ = 8 + (-2) = 6 //$$

$$2.-(a) f(t) = \frac{240 + 20t}{16 + t}$$

Para estudiar la posible estabilización de la población calcularos

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{240 + 20t}{16 + t} \\ = \lim_{t \rightarrow \infty} 20 - \frac{80}{t + 16}$$

$$= 20 //$$

Por lo tanto, la población se estabilizará cerca de los 20.000. hbtes.

(b.)

$$V(t) = \frac{20(\sqrt{t+3} - 2)}{t-1}$$

nos piden determinar el volumen en una hora, aprox. Entonces:

$$\lim_{t \rightarrow 1} V(t) = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{20(\sqrt{t+3} - 2)}{t-1}$$

$$= 20 \cdot \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt{t+3} - 2}{t-1} \cdot \frac{\sqrt{t+3} + 2}{\sqrt{t+3} + 2}$$

$$= 20 \cdot \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t-1}{(t-1)(\sqrt{t+3}+2)}$$

$$= 20 \lim_{t \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{t+3}+2} = 20 \cdot \frac{1}{4} = 5$$

Por consiguiente, el volumen de la piscina cuando el tiempo se aproxime a una hora es de 5 m^3 .