



Taller de ayudantía 15
Continuidad de funciones
24/06/2019

En este taller estudiaremos continuidad de funciones y aplicaciones de teoremas de continuidad.

Objetivos:

- Analizar la continuidad de funciones en un punto.
- Determinar continuidad en todo su dominio.
- Aplicar teoremas de continuidad.

Ejercicios Propuestos

1. Responda según corresponda:

a) Considere $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + \frac{|x|}{x} & , x < 0 \\ -1 & , x = 0 \\ \frac{\frac{1}{x+1} - 1}{x} & , x > 0 \end{cases}$$

- Demuestre que g es continua en $x = 0$.
- ¿Es g continua para todos los números reales?

b) Encuentre el valor de a para que la función h sea continua en $x = 2$, con h descrita por:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{2x - \sqrt{40 - 12x}}{3x^2 + x - 14} & , 2 < x \leq 3 \\ \frac{1}{26} + a & , x \leq 2 \end{cases}$$

c) Sea c un número real. Determine los números reales c para los cuales

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{c+h} - \sqrt[3]{c}}{h}$$

existe y determine su valor.

2. Considere la función $F(x) = 2x^5 + 3x^3 + x^2 - 10$,

- Determine si existe $c \in \text{Dom}(F)$ tal que $F(c) = 100$.
- Determine si la ecuación $2x^5 + 3x^3 = -x^2 + 10$ tiene alguna solución real.

Opcional: Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{3x^2 - 15x + 12} + a & , x < 1 \\ b + 1 & , x = 1 \\ \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+3} - 2} & , x > 1 \end{cases}$$

- Encuentre los valores de a y b para que f sea continua en todo \mathbb{R} .
- Con los valores encontrados en el ítem anterior, calcule lo siguiente:
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
 - $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- ¿Es cierto que existe $x \in [-2, 1]$ tal que $f(x) = 1, 8$?

*Sigue la luz si no encuentras el camino,
sigue la luz que se esconde en tu interior.
Aprende a volar con las alas del destino,
aprende a soñar y podrás tener el sol!*