



**Taller de ayudantía 14**  
**Límites de funciones**  
17/06/2019

En este taller estudiaremos límites de funciones utilizando las propiedades de límites conocidas y aplicaciones de límites.

**Objetivos:**

- Examinar la pertinencia de las propiedades de álgebra de límites para su correcto uso.
- Calcular límites de funciones utilizando propiedades conocidas.
- Utilizar el cálculo de límites para la resolución de problemas de planteo.

**Ejercicios Propuestos**

1. Considere las funciones  $f$  y  $g$  descritas por

$$f(x) = \frac{4x}{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}$$

$$g(x) = \frac{3x^4 - 4}{5x^4 + 2x^2}$$

Calcule (si es posible) los siguientes límites:

- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xg(x))$
- $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) \cdot g(x))$
- $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + x^2g(x))$

2. Responda las preguntas según corresponda:

- Se ha estimado que la población de una comuna crecerá siguiendo el modelo  $f(t) = \frac{240 + 20t}{16 + t}$  en miles de habitantes, donde  $t$  indica los años desde el último censo en el año 2017. ¿Se estabiliza la población de la comuna a largo plazo?

- b) Luis y Zara tienen una piscina en su jardín y al llegar el verano necesitan cambiar el agua de la piscina. Abren el desagüe y la piscina se comienza a vaciar según la función:

$$V(t) = \frac{20(\sqrt{x+3} - 2)}{x-1},$$

donde  $t$  es el tiempo de vaciado en horas y  $V(t)$  es el volumen de agua expresado en  $m^3$ .  
¿Cuál es valor aproximado del volumen de la piscina cuando el tiempo se aproxima a 1 hora?

3. **Opcional:** Calcule el valor numérico de la siguiente expresión:

$$\frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-3x+1}} \cdot \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}-3\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+12x+1}-4x}}{\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-9x^2+27x-27}{x^3-6x^2+9x} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^2+8}+10\sqrt{x}}{7x+\sqrt[5]{x^4-1}}}.$$

*En las matemáticas es donde el espíritu encuentra los elementos que más ansía: la continuidad y la perseverancia.*