

Solución Taller 13.

1.-

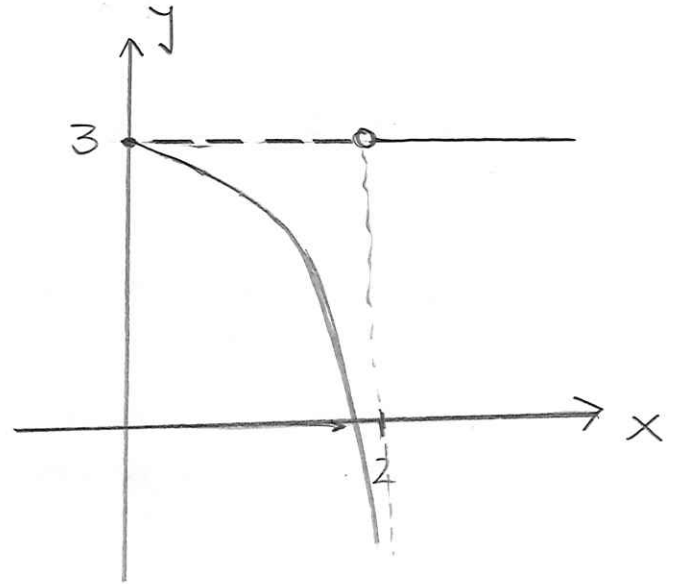
$$(i) \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty.$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3.$$

note que .

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

$\therefore$ el límite no existe //



$$(i) \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = -1$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = -1$$

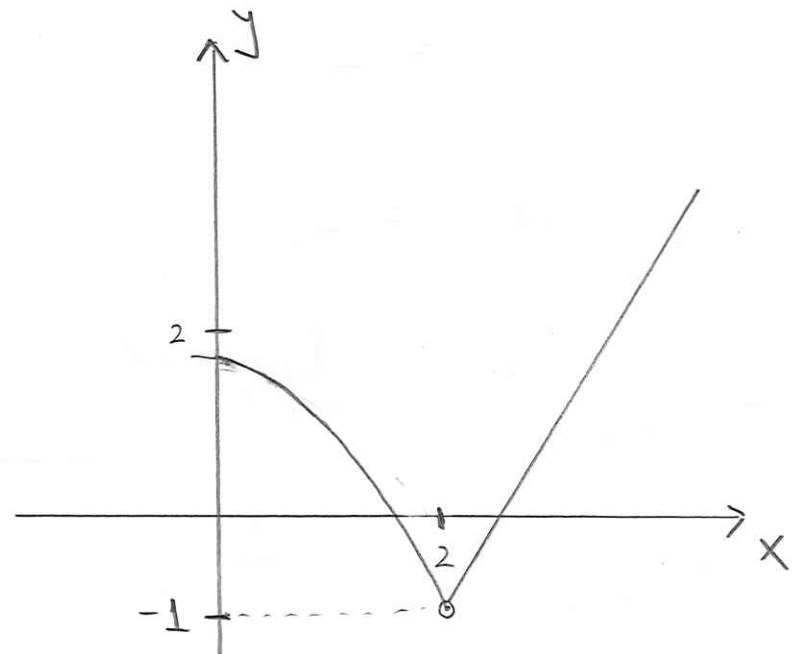
note que

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -1$$

obs: Hacer notar el Hecho que $2 \notin \text{dom } g$.

$$\exists \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \neq g(2) //$$

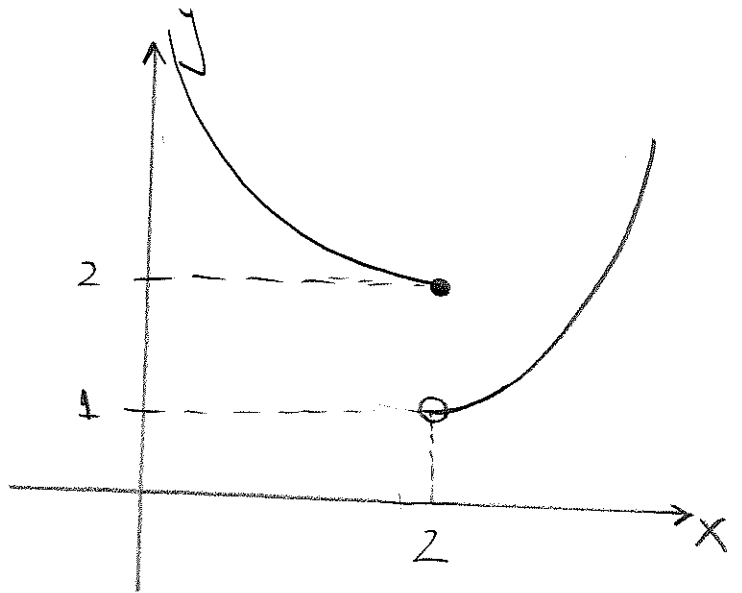


$$(i) \lim_{x \rightarrow 2^-} h(x) = 2$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 2^+} h(x) = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} h(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} h(x)$$

$\therefore$ El límite no Existe.



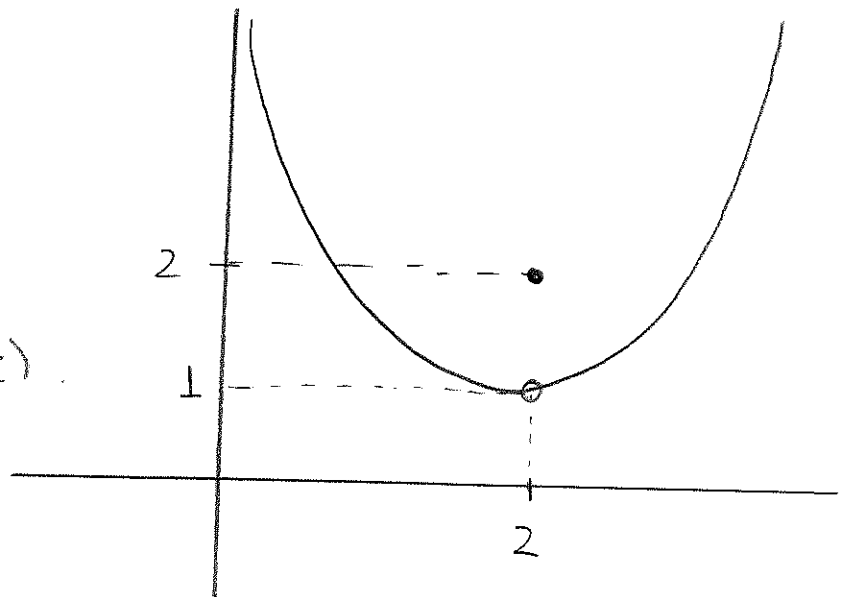
Obs: Hacer notar que se procura Extender la idea de evaluación de Funciones

$$(i) \lim_{x \rightarrow 2^-} m(x) = 1$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 2^+} m(x) = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} m(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} m(x)$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} m(x) = 1 //$$



$$2.- \lim_{x \rightarrow 3} \left[\left(\frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3} \right) \left(\frac{x^2 + 3x - 18}{x^2 - 5x + 6} + 5x - 1 \right) \right]$$

sol: para calcular este límite, primero calcularemos los límites siguientes.
 si cada uno de éstos límites Existe
 Entonces, por álgebra de límites, Existirá el límite pedido.

$$(i) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3} \cdot \frac{\sqrt{x+1} + 2}{\sqrt{x+1} + 2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x-3)\sqrt{x+1} + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x+1} + 2} = \frac{1}{4}$$

por lo tanto

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3} = \frac{1}{4}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x - 18}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+6)}{(x-3)(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+6}{x-2} = 9$$

En efecto,

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x - 18}{x^2 - 5x + 6} = 9.$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow 3} 5x - 1 = 14.$$

Por consiguiente, mediante Álgebra de límites:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left[\left(\frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3} \right) \left(\frac{x^2 + 3x - 18}{x^2 - 5x + 6} + 5x - 1 \right) \right] =$$

$$= \left(\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3} \right) \left[\left(\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x - 18}{x^2 - 5x + 6} \right) + \left(\lim_{x \rightarrow 3} 5x - 1 \right) \right]$$

$$= \frac{1}{4} \cdot (9 + 14) = \frac{23}{4} //$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3} \star = \frac{23}{4} //$$

$$3.- f: \mathbb{R} \setminus \{-4, 3\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x^3 + 4x^2}{x^2 + x - 12}.$$

$$(a) \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 + 4x^2}{x^2 + x - 12} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2(x+4)}{(x+4)(x-3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2}{x-3}.$$

Luego, note que

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2}{x-3} = -\infty.$$

y

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2}{x-3} = \infty.$$

por lo tanto

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \text{ no existe.}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 + 4x^2}{x^2 + x - 12}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2}{x-3}$$

$$= 16.$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 16.$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(x+4)}{x(x+4)(x-3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x-3} = 0.$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{x} = 0 //$$