Universidad de Chile
Programa de Bachillerato
Matemáticas 1
1*er*. semestre de 2019

Control 8
Trigonometría
29/05/2019

Nombre: _____ **Curso:** _____

Elija sólo uno de los problemas que se presentan a continuación.
Duración: 20 minutos.

1. Encuentre las soluciones en el intervalo $[0, 2\pi]$ de la ecuación trigonométrica

$$\cos^2(x) = \frac{1}{2}.$$

Solución: Aplicando raíz cuadrada, nos queda

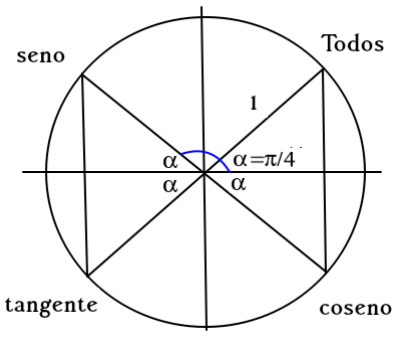
$$\cos(x) = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

1,5 puntos.

Ahora debemos resolver las ecuaciones $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ y $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, con $x \in [0, 2\pi]$.

0,5 puntos.

Para encontrar las soluciones, observe la siguiente figura



Luego, las soluciones de $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ tales que $x \in [0, 2\pi]$ son $x = \frac{\pi}{4}$ y $x = \frac{7\pi}{4}$.

1,5 puntos.

Análogamente, las soluciones de $\cos(x) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ tales que $x \in [0, 2\pi]$ son $x = \dfrac{3\pi}{4}$ y $x = \dfrac{5\pi}{4}$.

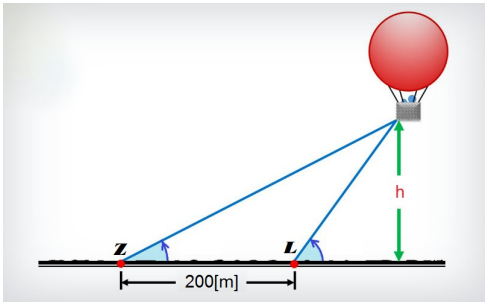
1,5 puntos.

Por lo tanto, las soluciones de $\cos^2(x) = \dfrac{1}{2}$, con $x \in [0, 2\pi]$ son

$$\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}.$$

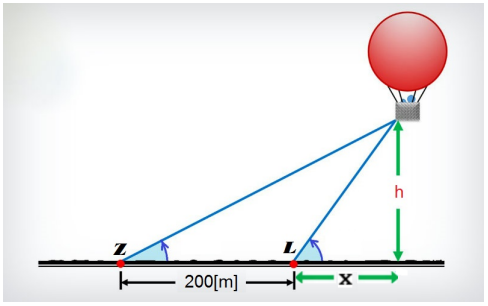
1 punto.

2. En un gueto de Puerto Rico, Zion observa un globo aerostático con un ángulo de elevación $\frac{\pi}{6}$. A 200[m] de Zion, su amigo Lennox mira el mismo globo, pero con un ángulo de elevación $\frac{\pi}{3}$, como se muestra en la siguiente figura.



a) ¿A qué altura se encuentra el globo? **(3 puntos)**

Solución: Para resolver este problema, observe la siguiente figura



A partir de ella podemos deducir que

$$\sqrt{3} = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{h}{x} \qquad y \qquad \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{h}{x+200}.$$

1 punto.

Despejando x en cada ecuación, nos queda

$$\frac{h\sqrt{3}}{3} = x \qquad y \qquad x = h\sqrt{3} - 200.$$

1 punto.

Igualando ambas ecuaciones, obtenemos que la altura a la que se encuentra el globo es

$$h = 100\sqrt{3}[\text{m}].$$

1 punto.

b) ¿A qué distancia están Zion y Lennox del globo? **(3 puntos)**

Para calcular la distancia entre Zion y el globo (que llamaremos d_Z) aplicamos la razón trigonométrica seno, es decir,

$$\text{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{h}{d_Z} \quad \Leftrightarrow \quad d_Z = 200\sqrt{3}[\text{m}].$$

1,5 puntos.

Finalmente, la distancia entre Lennox y el globo (d_L) es

$$\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{h}{d_L} \quad \Leftrightarrow \quad d_L = 200[\text{m}].$$

1,5 puntos.