Universidad de Chile Programa de Bachillerato Matemáticas 1 1er. semestre de 2019

## Taller de ayudantía 7 Repaso de funciones y números reales 29/04/2019

En este taller, repasaremos los conceptos vistos de funciones, tales como: dominio, imagen, monotonía y operaciones entre ellas. Además modelaremos algunas situaciones contextualizadas utilizando los modelos afín, cuadrático, racional y otros. Finalmente, esbozaremos la gráfica de una función indicando los parámetros que la caracterizan.

## **Objetivos:**

- Realiza operaciones entre funciones.
- Analiza propiedades y características de funciones.
- Expresa funciones en su forma canónica para representarlas gráficamente.
- Modela situaciones contextualizadas usando las funciones afín y cuadrática, respectivamente.

## Ejercicios Propuestos

- 1. Sean x, y dos números reales, con  $x, y \ge 0$  tales que: x + y = 10 y sea  $S = x^2 + y^2$ .
  - a) Exprese S en función de x (utilizando la condición dada), e indique el dominio de ésta.
  - b) Exprese S en su forma canónica y representela gráficamente.
  - c) Determine los valores de x e y para los cuales la suma S alcanza su mínimo valor. ¿Cuál es el valor mínimo de S?
  - d) Indique en qué intervalos la función es creciente y en qué intervalos es decreciente y demuestre sus afirmaciones.
- 2. Sean  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , definida por f(x) = |x| y  $g: \mathbb{R} \{2/3\} \to \mathbb{R}$  definida por  $g(x) = \frac{4x 3}{2 3x}$ .
  - a) Exprese la función q en su forma canónica y representela gráficamente.
  - b) Analice la monotonía de q y demuéstrela.
  - c) Determine  $(f \circ g)(x)$ , indicando su dominio (dominio máximo). Esboce el gráfico de la función  $(f \circ g)$ .
  - d) A partir del gráfico, indique el conjunto imagen de  $(f \circ g)$  para los  $x \geq \frac{3}{4}$ . ¿Es acotado?

3. Un fabricante ha ideado un diseño para paneles solares. Según estudios de mercado realizados, el número de unidades q de estos paneles demandados al año, depende del precio p al que se venden. Se estima que la función que mejor modela a q en función de p es

$$q(p) = 100000 - 200p.$$

Los estudios de ingeniería indican además, que el costo total C de la producción de q paneles, se modela mediante la función  $C(q) = 150000 + 100q + 0,003q^2$ .

Si por R denotamos al ingreso total, por U la utilidad total, tal que  $R = p \cdot q$  y U = R - C.

- a) Expresar el ingreso total R en función del número de unidades q demandadas al año.
- b) Expresar la utilidad U en función de q.
- c) Calcular el número de unidades que maximiza la utilidad y el precio que debería cobrarse para que las unidades demandadas sean las que maximizan las utilidades.
- 4. Sea f la función de números reales x, que representa la suma de sus distancias a los valores -3 y 4, respectivamente.
  - a) Determine el conjunto A de números reales, tales que las imágenes de f sean menores a 18.
  - b) Del conjunto A, indique cotas superiores e inferiores, máximo, mínimo, supremo e ínfimo, si es que existen.

Puede que hoy no seas feliz pero un nuevo día vendrá Aún amanece gratis para ti si buscas otra oportunidad.