Universidad de Chile
Programa de Bachillerato
Matemáticas 1
1*er.* semestre de 2019

Control 1
Axiomas de los números reales y ecuaciones
28/03/2019

Nombre: ______________________________ **Curso:** ______________

Elija sólo uno de los problemas que se presentan a continuación.
Duración: 20 minutos

1. Demuestre que si $(x-y) \neq 0$ y $x^2 = y^2$ entonces x es el inverso aditivo de y.

Solución: tenemos que

$$\begin{array}{rcll} x^2 & = & y^2 \qquad / + (-y^2) & \text{(Inverso aditivo)} \\ x^2 - y^2 & = & 0 & \text{(Factorizando)} \\ (x-y)(x+y) & = & 0 & \text{(Propiedad } ab = 0 \iff a = 0 \text{ ó } b = 0) \\ x - y = 0 & \text{ó} & x + y = 0. & \end{array}$$

[4 puntos.]

Por hipótesis sabemos que $(x-y) \neq 0$, entonces $x + y = 0$.

[1 punto.]

Finalmente, como $x + y = 0$. Se sigue que x es el inverso aditivo de y.

[1 punto.]

2. Presentando las restricciones respectivas que le dan validez al proceso, determine los $x \in \mathbb{R}$ que satisfacen

$$\sqrt{3x+1} - x + 3 = 0.$$

Solución: La ecuación anterior es equivalente a

$$\sqrt{3x+1} = x - 3.$$

[1 punto.]

Para que esta ecuación tenga sentido en los números reales se debe cumplir que

- $3x + 1 \geq 0 \Longleftrightarrow x \geq -\frac{1}{3}$.
- $x - 3 \geq 0 \Longleftrightarrow x \geq 3$.

De ambas inecuaciones se concluye que, para que la ecuación tenga sentido en los números reales, $x \geq 3$.

[1,5 puntos.]

Elevando al cuadrado la ecuación obtenemos

$$\begin{array}{rcll} \sqrt{3x+1}^2 & = & (x-3)^2 & \qquad (3x+1 > 0) \\ 3x+1 & = & x^2 - 6x + 9 & \\ 0 & = & x^2 - 9x + 8 & \\ 0 & = & (x-1)(x-8) & \\ x - 1 = 0 & \text{ó} & x - 8 = 0. & \end{array}$$

[3 puntos.]

Se sigue que, $x = 1$ ó $x = 8$, pero la restricción del problema nos dice que $x \geq 3$, por lo tanto, la única solución posible es $x = 8$.

[0,5 puntos.]