

Solución Taller 1.

1- (a)

$$\frac{x+1}{x} = \frac{x+1}{x-1} - \frac{3}{x}$$

Note que la expresión anterior tiene las restricciones

(i) $x \neq 0$

(ii) $x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$

Es decir, lo anterior tiene sentido para $x \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$.

Por otro lado, aplicando axiomas de números reales se tiene

$$\frac{x+1}{x} + \frac{3}{x} = \frac{x+1}{x-1},$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+4}{x} = \frac{x+1}{x-1},$$

$$\Leftrightarrow (x+4)(x-1) = x(x+1),$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = x^2 + x$$

$$\Leftrightarrow 2x = 4 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

Finalmente el conjunto de solución, S , para la ecuación está dado por

$$S = \{ x \in \mathbb{R} \mid x = 2 \} = \{ 2 \} //$$

$$(b) \quad \frac{x+6}{\sqrt{x+3}} = \sqrt{2x+12}$$

Note que la expresión anterior admite las restricciones

$$(i) \quad \sqrt{x+3} \neq 0 \Rightarrow x \neq -3$$

$$\text{Exist raíz} \begin{cases} (ii) & x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3 \\ (iii) & 2x+12 \geq 0 \Rightarrow x \geq -6 \end{cases}$$

Es decir la expresión tiene sentido para todos los $x \in D$, donde D es

$$D = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \geq -3, x \geq -6, x \neq -3 \} \\ = (-3, \infty)$$

Por otro lado, aplicando axiomas de los números reales se tiene

$$x+6 = \sqrt{2(x+6)(x+3)}, \quad |()^2$$

Luego,

$$x^2 + 12x + 36 = 2x^2 + 18x + 36.$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x = 0.$$

$$x(x+6) = 0.$$

$$\Rightarrow x = 0 \quad \vee \quad x = -6.$$

pero note que $-6 \notin D \Rightarrow x = -6$ no es sol.
Finalmente el conjunto solución está dado por

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x = 0\} = \{0\} //$$

2.- Dado $x \in \mathbb{R} \Rightarrow x^2 + x + 1 \neq 0$.

dem: Note que

$$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

ahora, supongamos la igualdad se cumple para $t \in \mathbb{R}$, es decir.

$$\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \left(t + \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4}$$

lo cual es contradictorio pues $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$.

Note que lo anterior es equivalente al argumento:

dado que $(x + \frac{1}{2})^2 \geq 0$ y $\frac{3}{4} > 0$ entonces.

$$(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0.$$

y por axioma de Tricotomía se tiene
que no Existe $x \in \mathbb{R}$ tq $x^2 + x + 1 = 0$.

Finalmente la ecuación $x^2 + x + 1 = 0$ no
tiene solución real, equivalentemente, el
conjunto solución S es vacío ($S = \emptyset$).

3.- (a) Definimos las variables

x : tiempo (Hrs) que demora la bomba 1
en llenar $1 \text{ [m}^3\text{]}$

y : tiempo (Hrs) que demora la bomba 2
en llenar $1 \text{ [m}^3\text{]}$

Note que en virtud del enunciado se obtienen las relaciones

$$y = x + 3, \quad x + y = 5.$$

donde $x = 1$ e $y = 4$, es decir las bombas tardan 1 y 4 horas respectivamente en llenar $1 \text{ [m}^3\text{]}$ de agua.

(b) note que si t representa el tiempo y C_1 y C_2 los costos de las bombas 1 y 2 respectivamente se tienen las siguientes relaciones

$$C_1 = 30.000 + 2000 \cdot t$$

$$C_2 = 40.000 + 2500 \cdot t$$

por otra parte como el estanque tiene una capacidad de $2.3 \text{ [m}^3\text{]}$ los tiempos de cada rotobomba están dados por

$$T_1 = 2.3 \text{ hrs}$$

$$T_2 = 9.2 \text{ hrs}$$

En efecto los costos por concepto de arriendos son

$$C_1 = 30.000 + 2000 \cdot 2,3 = 34.600.-$$

$$C_2 = 40.000 + 2500 \cdot 9.2 = 33.000.-$$

le conviene más la primera a largo plazo.
($m_1 < m_2$).

pero para efectos prácticos es más optima la motobomba 2.