



Trabajo en Clases 5
Inecuaciones
13/04/2019

- (1.a) Un estudio en el sector minero arrojó que un número importante de personas tenían niveles elevados de plomo en la sangre. El instituto de salud pública, para enfrentar el problema, invirtió dinero en un tratamiento con medicamentos de alta tecnología. La muestra de personas a las que se le suministraron el medicamento tenían niveles de $60 \frac{\mu g}{dL}$ (microgramos por decilitro) de este elemento en la sangre.

El nivel de plomo P en $\frac{\mu g}{dL}$ en la sangre después de suministrar x gramos del medicamento, viene dado por la relación

$$P = \frac{5x^2 + 75x + 300}{x^2 + 5x + 5}.$$

¿Cuántos gramos del medicamento le suministraron a una persona de la muestra para que sus niveles de plomo en la sangre fuera a lo más $10 \frac{\mu g}{dL}$?

- (1.b) Desde el Castillo de Chapultepec se ha lanzado una flecha. Expertos han modelado una ecuación que relaciona la altura h (en metros) de la flecha (medida por encima del nivel del suelo) y el tiempo dada por:

$$h(t) = -10t^2 + 20t \text{ con } t \in [0, 2]$$

- (i) Demuestre que $h(t) \leq 10$, para todo tiempo $t \in [0, 2]$ y determine un instante t_0 para el cual la altura es exactamente $10[m]$.

- (ii) ¿Para qué intervalo de tiempo la flecha está a una altura inferior a $3[m]$ por encima del suelo?

- (2.a) Considere el conjunto

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} < \frac{3}{4x} \right\}.$$

- (i) Determine condiciones para que la inecuación que define al conjunto A sea una inecuación de números reales.

- (ii) ¿Es cierto que $-\frac{1}{2} \in A$? ¿qué condición debe agregar al ítem anterior?

- (iii) Exprese el conjunto A como un intervalo.

- (iv) Determine los conjuntos de cotas superiores y cotas inferiores. Además encuentre (si existen) supremo e ínfimo y máximo y mínimo del conjunto A .

- (2.b) Considere el conjunto

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{\sqrt{x^2 - x - 2}} \geq \frac{1}{x - 3} \right\}.$$

(i) Demuestre que $B =] - \infty, -1[\cup]2, 3[$.

(ii) A partir de el ítem anterior, determine los conjuntos de cotas superiores y cotas inferiores. Además encuentre (si existen) supremo e ínfimo y máximo y mínimo del conjunto B .

(3.a) Considere el siguiente conjunto:

$$H = \{x \in \mathbb{R} : |3x - 1| + |3x + 1| < 18\}.$$

Expresé H como un intervalo y determine los conjuntos de cotas superiores y cotas inferiores. Además encuentre (si existen) supremo e ínfimo y máximo y mínimo del conjunto H .

(3.b) Determine todos los números reales que cumplan lo siguiente:

“ la adición entre su triple y cuatro está a distancia a lo más catorce de su cuadrado”.

Opcionales

1. Hallar el cociente $C(x)$ y el resto $R(x)$ que se obtienen al dividir el polinomio $P(x)$ entre el polinomio $Q(x)$:

$$P(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1, \quad Q(x) = x^2 + x + 1.$$

2. Determina el valor de $k \in \mathbb{R}$ para que el polinomio $x^3 - 2x^2 + kx + 18$ sea divisible por $x - 3$.

3. Considere el polinomio $p(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + ax + b$.

(a) Determine $a, b \in \mathbb{R}$ para que $p(x)$ sea divisible por $x^2 - 1$.

(b) Usando los valores de a y b encontrados en la parte (i), encuentre todas las raíces reales del polinomio $p(x)$.