

Control 11 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Viernes 14 de Diciembre, 2018

Tiempo : 15 minutos .

Nombre:

Elija sólo un problema.

1. Sea $f : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, definida por: $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}$.

Determine el volumen del sólido que se forma al girar la Región "R", acotada por la gráfica de la función $y = f(x)$, las rectas $x = 1$, $x = 3$ y el eje X , cuando esta gira alrededor del eje X .

Solución:

El volumen del sólido que se forma se determina como:

$$V = \pi \int_1^3 \left(\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x} \right)^2 dx$$

2 puntos.

$$V = \pi \int_1^3 \left(\frac{1}{36}x^6 + \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{4x^2} \right) dx$$

1 punto.

$$V = \pi \left(\frac{1}{36} \cdot \frac{x^7}{7} + \frac{1}{6} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{-1}{x} \right) \Bigg|_1^3.$$

2 puntos.

Por lo tanto,

$$V = \pi \left(\frac{3^5}{28} + \frac{405}{252} \right) [u^3].$$

1 punto.

2. Calcular el área encerrada por las gráficas de las siguientes curvas:

$$y = \frac{1-x}{2}, \quad y = \sqrt{1-x}.$$

Solución:

Primero determinemos los puntos de intersección de las gráficas de ambas curvas.

$$\frac{1-x}{2} = \sqrt{1-x}, \quad x \leq 1.$$

1 punto.

$$\Leftrightarrow (1-x)^2 = 4(1-x) \Leftrightarrow (1-x)(-x-3) = 0, \Leftrightarrow x = 1, \text{ o } x = -3.$$

1 punto.

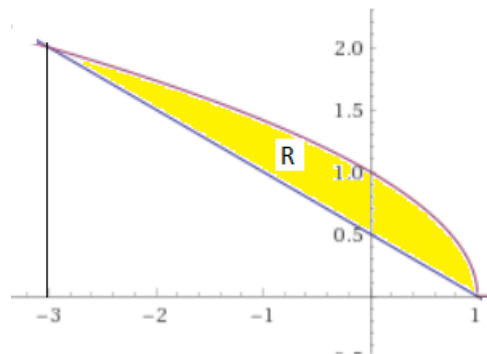


Figura 1: Gráfico de ambas curvas.

1 punto.

Por lo tanto, el Área de la región acotada está dada por:

$$A(R) = \int_{-3}^1 \left(\sqrt{1-x} - \frac{1-x}{2} \right) dx$$

1 punto.

$$A(R) = \left(-\frac{2}{3} \cdot (1-x)^{3/2} + \frac{(1-x)^2}{4} \right) \Bigg|_{-3}^1.$$

1 punto.

$$A(R) = \frac{4}{3} [u^2].$$

1 punto.