# Control 10 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Viernes 07 de Diciembre, 2018

**Tiempo :** 15 **minutos .**

**Nombre:**

**Elija sólo un problema.**

1. Utilice algún método de integración para resolver la siguiente integral:

$$\int \frac{2x+1}{x^2(x+1)}\,dx$$

Solución:

Primero $\frac{2x+1}{x^2(x+1)}$ se descompone en fracciones parciales de la siguiente manera:

$$\frac{2x+1}{x^2(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{(x+1)}.$$

1.5 puntos.

luego,

$$2x+1 = Ax(x+1) + B(x+1) + Cx^2.$$

Para $x = 0$ nos queda $B = 1$.
Para $x = -1$ nos queda $C = -1$.
Para $x = 1$ nos queda $A = 1$.

1.5 puntos.

De esta manera:

$$\frac{2x+1}{x^2(x+1)} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{-1}{(x+1)}.$$

0.6 punto.

$$\Rightarrow \int \frac{2x+1}{x^2(x+1)}\,dx = \int \frac{1}{x}\,dx + \int \frac{1}{x^2}\,dx - \int \frac{1}{(x+1)}\,dx.$$

0.9 punto.

Quedando:

$$\int \frac{2x+1}{x^2(x+1)}\,dx = ln(|x|) - \frac{1}{x} - ln(|x+1|) + k.$$

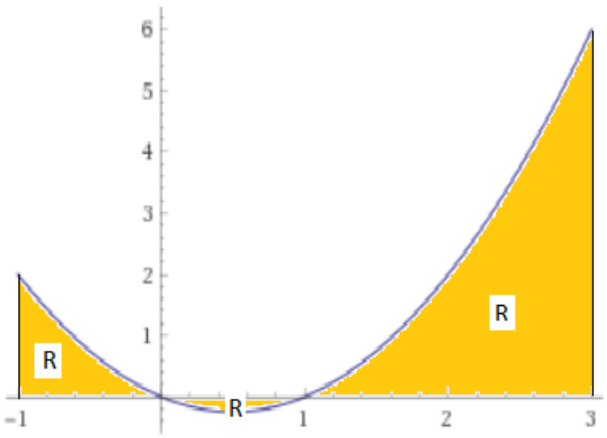
1.5 puntos.

2. Determine el área de la región $R$ acotada por las curvas:

$$y = x(x-1), \quad y = 0, \quad x = -1, \quad x = 3.$$

Solución:

De acuerdo al gráfico, el área de la región acotada R"viene dada por:




1 punto.

$$A(R) = \int_{-1}^{0} x(x-1)\,dx + \int_{0}^{1} -x(x-1)\,dx + \int_{1}^{3} x(x-1)\,dx.$$

1.8 puntos.

Por otra parte:

$$\int x(x-1)\,dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + C.$$

1 punto.

Sea $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}$, evaluando, $F(-1) = -\frac{5}{6}$, $F(0) = 0$, $F(1) = -\frac{1}{6}$, $F(3) = \frac{9}{2}$.

1.2 puntos.

Tenemos que:

$$A(R) = F(0) - F(-1) - (F(1) - F(0)) + F(3) - F(1) = \frac{17}{3}\,[u^2].$$

1 punto.