Control 7 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Viernes 16 de Noviembre, 2018

Tiempo : 15 **minutos .**

Nombre:

Elija sólo un problema.

1. Determine los $x \in \mathbb{R}$ que satisfacen la ecuación:

$$ln(3x-2) + ln(x+1) = ln(2x^2).$$

Solución:
Primero analicemos las restricciones de la ecuación:

$$3x-2>0,\ \ x+1>0,\ \ 2x^2>0 \ \ \Leftrightarrow \ \ x>\frac{2}{3},\ \ x>-1,\ \ x\in\mathbb{R}-\{0\}.$$

$\boxed{\text{2 puntos.}}$

Luego x debe estar en el conjunto $]\frac{2}{3},+\infty[$.

$\boxed{\text{1 punto.}}$

Además,

$$ln(3x-2)+ln(x+1) = ln(3x-2)(x+1) = ln(3x^2+x-2),$$

$\boxed{\text{1 punto.}}$

luego, $ln(3x^2+x-2) = ln(2x^2) \ \ \Leftrightarrow \ \ x^2+x-2=0 \ \Leftrightarrow \ x=-2,$ o $x=1$.

$\boxed{\text{1.5 puntos.}}$

Como sólo $x=1 \in]\frac{2}{3},+\infty[$ tenemos que la solución de la ecuación es $x=1$.

$\boxed{\text{0.5 punto.}}$

2. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x\,e^{-4x}$. Determine en qué intervalo(s) la función es creciente y en qué intervalo(s) es decreciente.

Solución:

Calculemos la derivada de f.

$f'(x) = e^{-4x} + x\,e^{-4x} \cdot -4 = e^{-4x}(1-4x)$.

$\boxed{\text{1.5 puntos.}}$

Notar que: $e^{-4x} > 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

$\boxed{\text{0.5 punto.}}$

De esta manera, $f'(x) = 0 \iff 1 - 4x = 0 \iff x = \frac{1}{4}$.

$\boxed{\text{1 punto.}}$

Analizando el signo de la derivada.

Si $x < 1/4 \iff 1 - 4x > 0$, por lo tanto $f'(x) > 0$, $x \in]-\infty, 1/4[$.

$\boxed{\text{1 punto.}}$

Si $x > 1/4 \iff 1 - 4x < 0$, por lo tanto $f'(x) < 0$, $x \in]1/4, \infty[$.

$\boxed{\text{1 punto.}}$

Por lo tanto, f es creciente en $]-\infty, 1/4[$ y f es decreciente en $]1/4, \infty[$.

$\boxed{\text{1 punto.}}$