Control 4 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Martes 30 de Octubre, 2018

Tiempo : 15 **minutos .**

Nombre:

Elija sólo un problema. Justifique sus resultados.

1. Sea $f : [-\frac{3\pi}{4}\,,\,\frac{\pi}{2}] \to \mathbb{R}$, definida por: $f(x) = sen(x)$.

   Dada la partición $P = \{-\frac{3\pi}{4},\, -\frac{\pi}{2},\, -\frac{\pi}{4},\, 0,\, \frac{\pi}{4},\, \frac{\pi}{2}\}$.

   Estimar la siguiente integral usando la suma inferior.

$$\int_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\, dx.$$

Solución:

Tenemos por definición que $s(f, P_5) = \sum_{i=1}^{5} (x_i - x_{i-1}) \cdot m_i(f)$.

Además, el siguiente gráfico de f en el intervalo dado, junto con su partición.

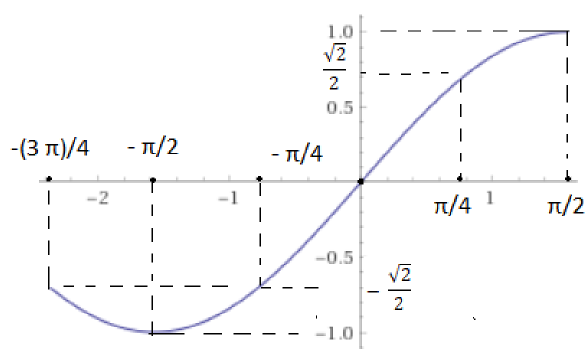

Figura 1: Gráfico de y=sen(x).

$\boxed{\text{1 punto.}}$

nos permite identificar que:

$m_i(f)$	$m_1(f)$	$m_2(f)$	$m_3(f)$	$m_4(f)$	$m_5(f)$
$f(x_i)$	$f(x_1) = -1$	$f(x_1) = -1$	$f(x_2) = -\sqrt{2}/2$	$f(x_3) = 0$	$f(x_4) = \sqrt{2}/2$

$\boxed{\text{2 puntos.}}$

Además, $x_i - x_{i-1} = \frac{\pi}{4}$, para todo $i = 1, 2, 3, 4, 5.$

$\boxed{\text{1 punto.}}$

De esta manera, $s(f, P_5) = \frac{\pi}{4}(-1 - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} + 0 + \frac{\sqrt{2}}{2})$,

$\boxed{\text{1 punto.}}$

quedando, $s(f, P_5) = -\frac{\pi}{2}$.

$\boxed{\text{0.5 punto.}}$

Por lo tanto, dada la partición P, la estimación de la integral es $-\frac{\pi}{2}$.

$\boxed{\text{0.5 punto.}}$

2. Sea $f : [0, 4] \to \mathbb{R}$ definida por: $f(x) = \frac{-10}{x^2+1}$ y la partición $P = \{\, 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4 \,\}$. Estime la $\int_0^4 f(x)\, dx$, utilizando la suma superior.

   Solución:

   Tenemos por definición que $S(f, P_4) = \sum_{i=1}^{4} (x_i - x_{i-1}) \cdot M_i(f)$.

   Además, $f'(x) = 10\,(x^2 + 1)^{-2}\, 2x$, la cual es mayor o igual que cero para todo $x \in [0, 4]$, por lo tanto f es creciente en el intervalo.

   $\boxed{\text{1.5 puntos.}}$

   Así, $M_i(f) = f(x_i)$,

   $\boxed{\text{1 punto.}}$

   y $x_i - x_{i-1} = 1$,

$\boxed{\text{1 punto.}}$

luego,

$S(f, P_4) = 1 \cdot (f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + f(x_4))$
$S(f, P_4) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = -5 - 2 - 1 - \frac{10}{17}$
$S(f, P_4) = -\frac{146}{17}$.

$\boxed{\text{2 puntos.}}$

Por lo tanto, dada la partición P, la estimación de la integral es $-\frac{146}{17}$.

$\boxed{\text{0.5 punto.}}$