

Control 3 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Martes 23 de Octubre, 2018

Tiempo : 15 minutos .

Nombre:

Elija sólo un problema.

1. Usando propiedades de sumatorias y sumas notables, calcule:

$$\sum_{k=5}^{100} \left[\frac{4}{k} - \frac{4}{k+1} + (k+2)^2 \right].$$

Solución:

$$\sum_{k=5}^{100} \left[\frac{4}{k} - \frac{4}{k+1} + (k+2)^2 \right] = \sum_{k=5}^{100} \left[\frac{4}{k} - \frac{4}{k+1} \right] + \sum_{k=5}^{100} (k+2)^2.$$

1 punto.

Además,

$$\sum_{k=5}^{100} \left[\frac{4}{k} - \frac{4}{k+1} \right] = \frac{4}{5} - \frac{4}{6} + \frac{4}{6} - \frac{4}{7} + \frac{4}{7} - \frac{4}{8} + \dots + \frac{4}{100} - \frac{4}{101} = \frac{4}{5} - \frac{4}{101}.$$

1.5 puntos.

y

$$\sum_{k=5}^{100} (k+2)^2 = 7^2 + 8^2 + \dots + (102)^2 = \sum_{k=1}^{102} (k)^2 - \sum_{k=1}^4 (k)^2$$

1.5 puntos.

$$\sum_{k=5}^{100} (k+2)^2 = \frac{102 \cdot 103 \cdot 205}{6} - \frac{4 \cdot 5 \cdot 9}{6}.$$

1 punto.

Quedando,

$$\sum_{k=5}^{100} \left[\frac{4}{k} - \frac{4}{k+1} + (k+2)^2 \right] = \frac{4}{5} - \frac{4}{101} + 17 \cdot 103 \cdot 205 - 30.$$

1 punto.

2. Usando propiedades de sumatorias y sumas notables, calcule:

$$\sum_{k=3}^n (-1)^n 5^{2k-1}$$

Solución:

$$\sum_{k=3}^n (-1)^n 5^{2k-1} = \frac{(-1)^n}{5} \sum_{k=3}^n (25)^k.$$

1 punto.

$$\sum_{k=3}^n (-1)^n 5^{2k-1} = \frac{(-1)^n}{5} \cdot [25^3 + 25^4 + 25^5 + \dots + 25^n].$$

1.5 puntos.

$$\sum_{k=3}^n (-1)^n 5^{2k-1} = \frac{(-1)^n \cdot 25^3}{5} \cdot [1 + 25 + 25^2 + \dots + 25^{n-3}].$$

1.5 puntos.

$$\sum_{k=3}^n (-1)^n 5^{2k-1} = \frac{(-1)^n \cdot 25^3}{5} \cdot \frac{1 - 25^{n-2}}{1 - 25} = \frac{(-1)^n \cdot 5^5}{24} \cdot (25^{n-2} - 1).$$

2 puntos.