

Control 1 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Martes 9 de Octubre, 2018

Tiempo : 15 minutos .

Nombre:

Elija sólo un problema.

1. Sea $f(t) = \sqrt[4]{\frac{t^3+1}{1-t^3}}$, $-1 < t < 1$.

Determine los valores de t tal que $f'(t) < 0$.

Solución:

$$f'(t) = \frac{1}{4} \left(\frac{t^3+1}{1-t^3} \right)^{-3/4} \cdot \frac{3t^2(1-t^3) - (t^3+1) - 3t^2}{(1-t^3)^2}.$$

2 puntos.

$$f'(t) = \frac{1}{4} \left(\frac{t^3+1}{1-t^3} \right)^{-3/4} \cdot \frac{6t^2}{(1-t^3)^2}, \quad -1 < t < 1.$$

1.5 puntos.

Además, $\left(\frac{t^3+1}{1-t^3} \right)^{-3/4}$, $(1-t^3)^2 > 0$, y $6t^2 \geq 0$,

1.5 puntos.

Tenemos que $f'(t) \geq 0$, por lo tanto no existe $t \in]-1, 1[$ tal que $f'(t) < 0$.

1 punto.

2. Sea $f(t) = -\operatorname{sen}(2t) + \tan(2t)$, $-\pi/6 \leq t \leq \pi/6$.

Determine los valores de t tal que $f'(t) > 0$.

Solución:

$$f'(t) = -2\cos(2t) + 2\sec^2(2t), \quad -\pi/6 \leq t \leq \pi/6.$$

2 puntos.

$$f'(t) = -2 \left(\frac{\cos^3(2t) - 1}{\cos^2(2t)} \right)$$

1 punto.

$$\text{luego, } f'(t) = 0 \Leftrightarrow \cos^3(2t) - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos(2t) = 1 \Leftrightarrow t = 0.$$

1 punto.

Se tiene que: $\frac{-2}{\cos^2(2t)} < 0$, luego, para analizar el signo de la derivada, basta identificar el signo de $\cos^3(2t) - 1$.

Ahora bien, sabemos que si $t \neq 0$ en el intervalo dado, $\cos(2t) < 1$, de esta manera $\cos^3(2t) < 1$,

1 punto.

obteniéndose que $f'(t) > 0$ para $t \in [-\pi/6, \pi/6] - \{0\}$.

1 punto.