Control 13 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Viernes 28 de Diciembre, 2018

Tiempo : 15 **minutos .**

Nombre:

Elija sólo un problema.

1. Resuelva la siguiente ecuación diferencial que satisface la siguiente condición inicial:

$$y' = x\,y\ \mathrm{sen}(x^2), \quad y(0) = 1.$$

Solución:

$$\frac{y'(x)}{y(x)} = x\,\mathrm{sen}(x^2),$$

$$\boxed{\text{1 punto.}}$$

$$\Rightarrow \int \frac{y'(x)}{y(x)}\,dx = \int x\,\mathrm{sen}(x^2)\,dx$$

$$\boxed{\text{1 punto.}}$$

$$\Rightarrow\ ln(y) = -\frac{cos(x^2)}{2} + C.$$

$$\boxed{\text{1 punto.}}$$

Evaluando condición inicial, tenemos:

$0 = -\frac{cos(0)}{2} + C$, por lo tanto, $C = \frac{1}{2}$.

$$\boxed{\text{1 punto.}}$$

De esta manera:

$ln(y) = -\frac{cos(x^2)}{2} + \frac{1}{2}$.

$\boxed{\text{1 punto.}}$

Finalmente, $y(x) = e^{-\frac{cos(x^2)}{2}+\frac{1}{2}}$.

$\boxed{\text{1 punto.}}$

2. Resuelva la siguiente ecuación diferencial que satisface la siguiente condición inicial:

$$\frac{dr}{ds} = e^{r-2s}, \quad r(0) = 0.$$

Solución:

$$\frac{r'(s)}{e^{r(s)}} = e^{-2s},$$

$\boxed{\text{1 punto.}}$

$$\Rightarrow \int \frac{r'(s)}{e^{r(s)}}\, ds = \int e^{-2s}\, ds$$

$\boxed{\text{1 punto.}}$

Sea $r = r(s) \;\Rightarrow\; dr = r'(s)\, ds$, quedando:

$$\int e^{-r}\, dr = -\frac{e^{-2s}}{2} + C,$$

$\boxed{\text{1 punto.}}$

$$\Rightarrow \; -e^{-r(s)} = -\frac{e^{-2s}}{2} + C.$$

Evaluando condición inicial, tenemos:

$-1 = -\frac{1}{2} + C$, por lo tanto, $C = -\frac{1}{2}$.

$\boxed{\text{1 punto.}}$

De esta manera:

$$-e^{-r(s)} = -\frac{e^{-2s}}{2} + -\frac{1}{2}.$$

$\boxed{\text{1 punto.}}$

$$\Rightarrow \;\; e^{-r(s)} = \frac{e^{-2s}+1}{2}$$

Finalmente,

$$r(s) = -ln\left(\frac{e^{-2s}+1}{2}\right).$$

$\boxed{\text{1 punto.}}$