

Taller 4 de Matemáticas 2
Programa de Bachillerato Universidad de Chile
Semana del 16 octubre al 20 octubre

En este taller calcularemos límites aplicando la regla de L'Hôpital y resolveremos problemas relacionados con sucesiones. Éstas últimas pueden estar definidas en forma directa mediante su término general o también en forma recursiva. En este taller aprenderás a calcular sus términos en ambos casos. Deducirás el término general para algunas sucesiones definidas en forma recursiva. Además, habrás visto en clases, que a partir de la sucesión a_n podemos construir una nueva sucesión S_n sumando los n primeros términos de la sucesión a_n . A esta sucesión S_n la denotamos con el símbolo: $\sum_{i=1}^n a_i$. De esta manera, en este taller aprenderás a usar este símbolo para definir este tipo de sucesión y aplicar sus propiedades para calcular su término general S_n , es decir, calcular la suma indicada. Finalmente también resolverás problemas a partir del modelado de sucesiones.

Objetivos:

- Aplica la regla de L'Hôpital para calcular límites.
- Calcula términos de una sucesión definida en forma directa y en forma recursiva.
- Deducir la fórmula general de una sucesión definida en forma recursiva.
- Utiliza el símbolo \sum para denotar la suma de los n – primeros términos consecutivos de una sucesión.
- Calcula la suma S_n de los n – primeros términos consecutivos de una sucesión a_n , aplicando las propiedades de sumatoria y utilizando sumas notables tales como: $\sum_{i=1}^n i$; $\sum_{i=1}^n i^2$; telescópica y geométrica.
- Resuelve problemas modelando sucesiones.

Problema 1: Calcule los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen(\pi x)}{tg\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\arctg(x) - \frac{\pi}{2} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sen(2x)} - \frac{\cos(3x)}{x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos(\pi x)}{(x-1)^2}$.

Problema 2: Determine el término general de la siguiente sucesión definida recursivamente por:

$$a_1 = 2$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 5, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Problema 3:

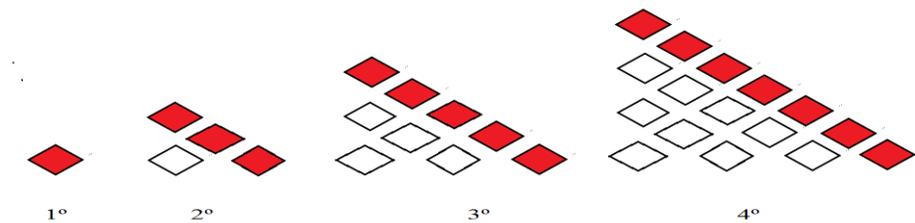
Calcule: $\sum_{i=10}^{100} \left[(3 + 5i) - \left((i - 1)^{\frac{1}{2}} - i^{\frac{1}{2}} \right) \right]$

Problema 4: Use el símbolo \sum para abreviar las siguientes sumas y calcule su valor aplicando las propiedades y sumas notables.

a) $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2$.

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110}$.

Problema 5: Se está construyendo la siguiente estructura:



a) ¿Cuántos cerámicos rojos y cuántos blancos se necesitarán para construir la 5-ava figura de la estructura? y la n-ava figura?

b) Con 300 cerámicos rojos, ¿cuántas figuras puede tener la estructura?

c) ¿Cuántos cerámicos blancos, se necesitarán para construir todas las figuras que se pueden hacer con a lo más 300 cerámicos rojos?

Problema 6: A un paciente se le administra 10 unidades de cierta medicina al comienzo de cada día. El paciente elimina el 20% de la medicina que tiene en su cuerpo, al final del día. ¿Cuántas unidades de medicina tiene el paciente en el cuerpo, justo después que se le administra la medicina el día n ?