**Taller 3 de Matemáticas 2**
**Programa de Bachillerato Universidad de Chile**
**Semana del 8 octubre al 12 octubre**

En este taller utilizaremos las reglas de derivación para determinar la derivada de una función definida implícitamente en un punto determinado. También en problemas contextualizados, aplicaremos las reglas de derivación para determinar la razón de cambio de una variable en función de las razones de cambio de otras variables, con las cuales se haya relacionada según el contexto del problema. Resolveremos además, problemas contextualizados de optimización, es decir, problemas en que se requiere determinar para una función modelada en base al contexto, en qué punto de su dominio alcanza su máximo valor o su mínimo valor.

## Objetivos

1. Calcula la derivada de una función definida implícitamente.

2. Resuelve problemas de razones de cambio relacionadas aplicando las reglas de derivación a la relación que modela el problema.

3. Resuelve problemas de optimización aplicando el cálculo diferencial.

## Ejercicios

### Problema 1

Aplique derivación implícita para determinar $\frac{dy}{dx}(a)$ .

a) $x^2 + 3xy + y^3 = \frac{11}{4}$, donde $a = \frac{1}{2}$ e $y\left(\frac{1}{2}\right) = 1$.

b) $x\, sen(y) = y\cos(x)$, donde $a = \frac{\pi}{4}$ e $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$.

### Problema 2

Los Ichthyosaurus fueron un grupo de reptiles marinos comparable en tamaño a los actuales delfines. Ellos se extinguieron durante el Cretáceo.

Basado en el estudio de algunos fósiles, se encontró entre el largo del cráneo $C(x)$ a la edad $x$ y el largo de la espina dorsal $E(x)$ a la misma edad, la relación: $C(x) = 1.262E(x)^{0.9}$.

Calcule $\frac{C'(x)}{C(x)}$ a la edad $x$, en que $\frac{E'(x)}{E(x)} = 1$.

**Problema 3**

Dos lados de un triángulo miden $4m$ y $5m$, y el ángulo entre ellos está cambiando a razón de $0.06\ \left[\frac{rad}{seg}\right]$.
Se requiere que:

a) modele el área del triángulo, en función de la medida del ángulo entre los lados.
b) modele el área del triángulo en función del tiempo.
c) calcule la razón de cambio del área del triángulo con respecto al tiempo.
d) calcule la razón de cambio del área del triángulo, con respecto al tiempo en el momento en que la medida del ángulo entre los lados es $\frac{\pi}{3}$.

**Problema 4**

El radio de un cilindro recto está disminuyendo a razón de $0.2\ \left[\frac{cm}{seg}\right]$ y su altura está creciendo a razón de $1\ \left[\frac{cm}{seg}\right]$. Encuentre la altura del cilindro en el momento en que la razón de cambio del volumen es de $117\left[\frac{cm^3}{seg}\right]$ y el radio mide $15\ cm$.

**Problema 5**

La reacción del cuerpo a las drogas con frecuencia está dada por una relación del tipo:
$R(D) = D^2\left(\frac{C}{2} - \frac{D}{3}\right)$, donde $D$ es la dosis de la droga que se administra y $C$ es la dosis máxima que puede administrarse. La razón de cambio de $R(D)$ con respecto a $D$ se denomina sensibilidad.

Determine cuál es la dosis $D$ que debe administrarse para que la sensibilidad sea máxima.

**Problema 6**

Un recipiente cilíndrico está diseñado para contener $200\ ml$. El material de la base y de la tapa cuesta el doble que el de su cara lateral.

a) Modele el costo del material para su fabricación en función del radio de la base circular medido en centímetros.
b) Halle el radio y la altura del recipiente más económico.