

Taller 1 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Primera Semana, del 24 al 28 Septiembre 2018

En este taller revisaremos aprendizajes logrados en la asignatura de Matemáticas 1, tales como, resolver ecuaciones e inecuaciones, componer funciones, modelar funciones, analizar existencia de asíntotas verticales y/o horizontales del gráfico de una función, determinar la función derivada.

La función derivada y las propiedades de las funciones continuas en un intervalo, serán nuestras nuevas herramientas para analizar el comportamiento de una función tales como: su monotonía, existencia de extremos locales y absolutos, así como, los intervalos donde su gráfico es cóncavo o convexo y existencia de puntos de inflexión. Para obtener respuestas será necesario que podamos determinar los intervalos donde la función derivada es igual a cero y donde ésta es positiva o negativa. En este taller también abordaremos este tipo de problema.

Objetivos

- Resuelve ecuaciones
- Resuelve inecuaciones
- Modela funciones
- Calcula límites laterales
- Calcula límites cuando x tiende a $-\infty$
- Determina la función derivada aplicando las reglas de derivación
- Interpreta la derivada en un punto como la razón de cambio instantánea

Problema 1:

Sea $f:]-\infty, 1[- \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{x^2-1}$

- Determine si el gráfico de f presenta asíntotas verticales y/o horizontales.
- Determine la función derivada de f .
- Los valores de x para los cuales $f'(x) = 0$.
- Los intervalos donde $f'(x) > 0$ y los intervalos donde $f'(x) < 0$.

Problema 2

Sean $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3$; $g: [-1,1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, $g(x) = \arcsen(x)$ y $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = \cos(x)$.

- Determine el dominio de la función $l = (h \circ g \circ f)$.
- Determine la función derivada de l .

Problema 3

$$\text{Sea } f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\cos(x)}{2 + \sin(x)}.$$

Determine

- a) La función derivada de f
- b) El conjunto de números reales x para los cuales :
 - i) $f'(x) = 0$
 - ii) $f'(x) > 0$
 - iii) $f'(x) < 0$

Problema 4

A un recipiente cónico circular recto de altura 10 dm y radio 4 dm , se empieza a verter agua de modo que, la altura del nivel del agua aumenta proporcionalmente al tiempo transcurrido. Si a los 3 minutos de iniciado el llenado, la altura del nivel del agua es 2 cm , determine:

- a) El volumen de agua $V(t)$, en litros, que habrá en el recipiente a los t minutos desde que se empieza a llenar.
- b) Demuestre que la cantidad de agua en litros por minuto que está entrando al recipiente justo a los 3 minutos está dada por : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{V(3+h) - V(3)}{h} = V'(3)$.