



Ayudantía
Inducción y Teorema del Binomio
25 de agosto de 2017

1. Sea $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tal que $h(1) = 25$ y $h(n+1) = h(n) + 4 \forall n \in \mathbb{N}$.
 - (a) Tomando algunos valores, conjeture una regla de asignación para h en términos de n .
 - (b) Demuestre su conjetura utilizando inducción.
2. Demuestre por inducción:
 - (a) $\sum_{i=1}^n \left[2^i + \left(\frac{1}{2} \right)^i \right] = 2^{n+1} - \left(\frac{1}{2} \right)^n - 1, \forall n \in \mathbb{N}$.
 - (b) $3^{2n} + 7$ es divisible por 8, $\forall n \in \mathbb{N}$.
 - (c) $2^{2n} + 5$ es divisible por 3, $\forall n \in \mathbb{N}$.
 - (d) que si $a_1, a_2, \dots, a_n \in]-1, 0]$ entonces $(1+a_1)(1+a_2) \cdots (1+a_n) \geq 1 + a_1 + a_2 + \cdots + a_n$.
 - (e) $\sum_{i=1}^n \binom{i+k}{i} = \binom{n+k+1}{n}, \forall n \in \mathbb{N}, (1 < k < n)$.
3. Encuentre el coeficiente que acompaña a x^2 en el desarrollo de $(3+x^2)^{10}$.
4. Sea x un número real positivo, $n \in \mathbb{N}$. En el desarrollo de $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^2}\right)^n$, el coeficiente del tercer término de la sumatoria es mayor que el coeficiente del segundo término en 44 unidades.
 - (a) Encuentra el valor de n .
 - (b) Considerando el valor de n obtenido en la pregunta anterior, determine el coeficiente binomial que acompaña al término x^6 .
5. Demuestre que el término libre en el desarrollo de
$$\left(1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right)(1+x)^n$$
es $\binom{n+2}{2}$.
6. Obtenga el coeficiente que acompaña a x^8 en el desarrollo de $(1+x^2-x^3)^9$.