Universidad de Chile, Programa de Bachillerato

Ayudantía 5 Solución

Ayudantes: María José Tapia.
Dany López.
Raimundo Fernández.

12 de noviembre de 2016

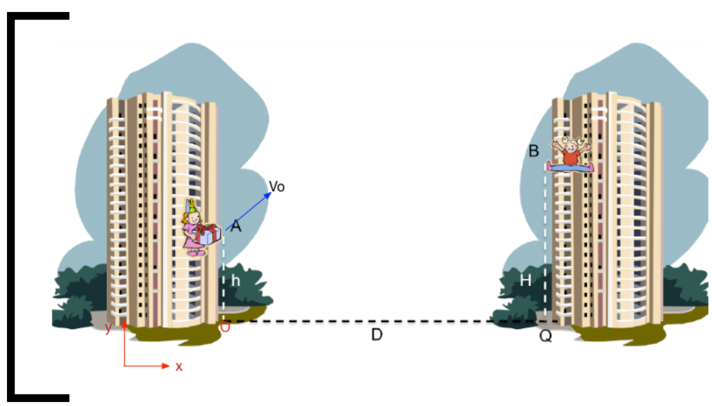
Problema 1.

hecho en ayudantía

Problema 2.

a), b), c) **hecho en ayudantia**

d) **Solucion:**



Tenemos que la velocidad inicial será $V_o = V_o \cos(\alpha)\hat{x} + V_o \sin(\alpha)\hat{y}$ con θ el ángulo que forma con la horizontal. Queremos que la posición final en el eje x después de un tiempo t_d es $X_f = D$ y en el eje y $Y_f = 0$. Luego de las ecuaciones de itinerario tenemos que:

$$h + V_o \sin(\alpha) t_d - \frac{1}{2} g t_d^2 = 0 \qquad \textbf{Para el eje y} \tag{0.1}$$

$$0 + V_o \cos(\alpha) = D \qquad \textbf{Para el eje x} \tag{0.2}$$

Donde el origen O está indicado en la figura. Despejando el tiempo en la ecuación para el eje x y reemplazandolo en el eje y tenemos

$$h + V_o \sin(\alpha)\left(\frac{D}{V_o \cos\alpha}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{D}{V_o\cos\alpha}\right)^2 = 0 \qquad \textbf{Para el eje y} \tag{0.3}$$

Usando la identidad $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ se desprende que $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$ Reemplazando esto en la ecuación anterior

$$h + D\tan\alpha - \frac{gD^2}{2V_o^2}\left(1 + \tan^2\alpha\right)^2 = 0 \qquad \textbf{Para el eje y} \tag{0.4}$$

De donde obtenemos una ecuacion de segundo grado que tiene como soluciones

$$\tan\alpha_{1,2} = \frac{-D \pm \sqrt{D^2 + 4\left(h - \frac{gD^2}{2V_o^2}\right)\frac{gD^2}{2V_o^2}}}{\left(-\frac{gD^2}{2V_o^2}\right)} \tag{0.5}$$

Aplicando arctan determinando el ángulo α con el cual debe enviar el regalo para que alcance la puerta Q del edificio de Alfonsina.

Problema 3.

a) Lo que A tarda en llegar hasta el suelo es igual a lo que demora B desde su punto máximo (ambos ahí tienen una velocidad vertical nula). B demora lo mismo en subir que en bajar, luego la razón entre los tiempos de vuelo de A y B es

$$\frac{t_A}{t_B} = \frac{1}{2}\,.$$

b) La velocidad horizontal de ambos proyectiles es constante. Ambos recorren la misma distancia horizontal y como B para ello demora el doble que A, se deduce que la velocidad horizontal de B debe ser la mitad de la de A.

c) La velocidad vertical con que A y B llegan al suelo es la misma (la de una caída libre de una altura h). Esta es $v_v = \sqrt{2gh}$. El tiempo de caída de A es $t^* = \sqrt{(}2h/g)$. En ese tiempo A avanza en dirección horizontal una distancia horizontal L. Como la velocidad horizontal es uniforme se deduce que ésta (para la partícula A) debe ser $v_h = L/t^* = L\sqrt{g/(2h)}$. La rapidez de A cuando llega al suelo es, por lo tanto,

$$|\vec{v}_A(t^*)| = \sqrt{v_v^2 + v_h^2} = \sqrt{2gh + \frac{L^2 g}{2h}}\,.$$

Para la partícula B la componente vertical de la velocidad es la misma, mientras que la componente horizontal es la mitad de la de A, o sea,

$$|\vec{v}_B(t^*)| = \sqrt{v_v^2 + (v_h/2)^2} = \sqrt{2gh + \frac{L^2 g}{8h}}\,.$$