



Pauta Prueba 1 ej. 4

La función que describe la posición con respecto al tiempo de una piedra lanzada hacia arriba desde una altura h_0 , medida en $[m]$, con una velocidad inicial v_0 , medida en $[m/s]$, esta dada por

$$f(t) = \frac{1}{2}g t^2 + v_0 t + h_0,$$

donde g la aceleración de gravedad medida en $[m/s^2]$. Suponiendo que la piedra es lanzada desde una altura inicial $h_0 = 1 [m]$, con una velocidad inicial $v_0 = 4 [m/s]$, y considerando la aceleración de gravedad como $g = -10 [m/s^2]$, responda:

- (a) A partir de su lanzamiento, ¿cuánto tiempo demora la piedra en tocar el suelo?
- (b) Determine en qué momento la piedra alcanza su máxima altura, y encuentre dicha altura.
- (c) Muestre los intervalos de tiempo donde la piedra asciende y donde la piedra desciende.

Solución: Reemplazando los valores dados en la función f obtenemos que

$$f(t) = -5t^2 + 4t + 1.$$

- (a) Decir que la piedra toca el suelo es equivalente a que $f(t) = 0$, es decir, a resolver

$$-5t^2 + 4t + 1 = 0,$$

cuyas soluciones son

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 1}}{2 \cdot (-5)} = \frac{-4 \pm 6}{-10} = \begin{cases} 1 \\ -\frac{1}{5} \end{cases}$$

Como el tiempo debe ser positivo, necesariamente la solución correcta en este caso es $t = 1$. Luego, la piedra se demora 1 $[s]$ en tocar el suelo.

- (b) La altura máxima se alcanza en el vértice de la parábola, es decir, cuando

$$t = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-5)} = \frac{2}{5}.$$

Para calcular la altura máxima reemplazamos este valor en la función y obtenemos

$$f\left(\frac{2}{5}\right) = -5 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{2}{5}\right) + 1 = \frac{9}{5}.$$

Luego, la altura máxima que alcanza la piedra es $\frac{9}{5} [m]$.

- (c) De los cálculos anteriores, vemos que la piedra asciende en el intervalo $[0, \frac{2}{5}]$ y desciende en el intervalo $[\frac{2}{5}, 1]$.

