Prueba Global de Matemáticas 1

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Jueves 26 de Diciembre, 2013

Tiempo: 120 minutos.

Nombre:

Pregunta 1. Resuelva ambas preguntas.

(a) **(3 pts.)** Demuestre que existe al menos un $x \in \mathbb{R}$ que satisface la ecuación:

$$x^2 = x \operatorname{sen}(x) + \operatorname{cos}(x).$$

(b) **(3 pts.)** Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $|f(x)| \leq x^4 + x^2$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Demuestre que f es continua en cero. (Ayuda: Primero pruebe que $f(0) = 0$).

Pregunta 2. Resuelva ambas preguntas.

(a) **(3.0 pts.)** Sea f la función determinada por

$$f(x) = \begin{cases} \text{sen}(x) & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 - \text{cos}(x) & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

Decida en que puntos la función es diferenciable.

(b) **(3.0 pts.)** Grafique la función definida mediante $f(x) = \text{sen}(-2x) + 4$ con $x \in [0, \pi]$. Para hacer este gráfico utilice todas la herramientas que conoce para determinar intervalos de monotonía, concavidad, máximos y mínimos (relativos y globales).

Pregunta 3. Suponga que t meses después del brote de una epidemia, el número de personas infectadas es $P(t) = \frac{30t^2}{(1+t^2)^2}$, donde $P(t)$ está medido en miles de personas.

- (i) **(0.5 pts.)** Indique el dominio de la función P .
- (ii) **(3.0 pts.)** Determine los intervalos de tiempo en los cuales la epidemia aumenta y en los cuales la epidemia disminuye. (La epidemia aumenta o disminuye dependiendo de la cantidad de personas infectadas)
- (iii) **(1.5 pts.)** ¿Existe algún instante en que la cantidad de personas infectadas sea máxima? ¿mínima? De ser así, en que momento ocurre esto y cual es la cantidad de personas infectadas?
- (iv) **(1.0 pts.)** ¿Qué ocurre con la epidemia a largo plazo?.