

Prueba 1 de Matemáticas 1

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Sábado 19 de Octubre, 2013

Tiempo: 120 minutos.

Nombre:

1. Demuestre las siguientes proposiciones.

a) **(2 pts.)** Si $x \in A \cup (B \cap C)$, entonces $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

b) **(3 pts.)** Si $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$, entonces $x \in A \cup (B \cap C)$.

(1 pto.) ¿Qué podríamos concluir de estas dos proposiciones?

2. Resuelva ambas preguntas.

- a) **(2 pts.)** Sabiendo que $a_1 = 1/2$ y $a_k = a_{k-1}(1 - \frac{1}{k+1})$ para cada $k > 1$, demuestre usando inducción que

$$a_n = \frac{1}{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

- b) **(4 pts.)** Usando el término a_n de la letra anterior, calcule $\sum_{i=3}^{20} (2 \cdot a_i \cdot a_{i+2})$.

3. Resuelva ambas preguntas.

a) **(3 pts.)** Calcule $\sum_{i=0}^n i \binom{n}{i}$.

b) **(3 pts.)** Encuentre el término central y el término independiente de x (si existe) en la siguiente expresión.

$$\left(\frac{4x}{5} - \frac{5}{2x}\right)^5.$$