Matemáticas II
Programa de Bachillerato
Álvaro Tello Crino

Ayudantía 6: Función Exponencial y Logaritmo

Resumen:

Para x>0 se define

$$\ln(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$$
$$e^x = f^{-1}(\ln(x))$$

Tal que se cumplen las siguientes propiedades

$$\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$$
$$\ln(x/y) = \ln(x) - \ln(y)$$
$$\ln(x^n) = nln(x)$$
$$\ln(1) = 0$$
$$\ln(e) = 1$$
$$e^{x+y} = e^x e^y$$
$$\frac{de^x}{dx} = e^x$$
$$e^0 = 1$$

Si $a > 0$

$$a^x = e^{\mathrm{x}\ln(a)}$$
$$\frac{da^x}{dx} = lna \cdot e^{xln(a)} = a^x \ln(a)$$

En forma general, si $f(x) = g(x)^{h(x)} = e^{h(x)\cdot\ln(g(x))}$

$$\frac{df(x)}{dx} = g(x)^{h(x)} \left[\frac{dh(x)}{dx}\ln\big(g(x)\big) + h(x)\frac{dg(x)}{dx}\right]$$

P1) Resolver:

a) $\log(x+2)+\log(x-1)=1$
b) $log_2(x^2-x-2)=2$
c) $\ln(\sqrt{x})=\sqrt{\ln(x)}$
d) $e^{2x}-e^x-6=0$

P2) Derive las siguientes funciones:

a) $f(x)=e^{e^{e^x}}$
b) $f(x)=x^x$
c) $f(x)=x\sqrt{x^2-1}$
d) $f(x)=(1+x)(1+e^{x^2})$

P3) Hallar todas las funciones que satisfacen

$$\int_0^{x^2} f(t)dt = 1-e^{2x^2}$$

P4) Graficar

a) $f(x)=3^{|x-2|}$
b) $f(x)=\ln\left(\frac{x+5}{3-x}\right)$
c) $f(x)=e^x+e^{-x}$
d) $f(x)=e^x-e^{-x}$

P5) Pruebe que si *f* es derivable y $f(x)=\frac{df(x)}{dx}$ para todo x, entonces existe *c* tal que

$$f(x)=ce^x$$

P6) Encuentre las funciones *f* continuas en todo ℝ tales que

$$\int_0^x f(t)dt = f(x)+\int_0^1 f(x)dx$$

P7) ¿Existe $x \epsilon \mathbb{R}$ tales que $\ln(x)=x$?

P8) Sea *y*(*x*) función que satisface $\frac{dy(x)}{dx}\frac{1}{2-3y(x)}=-kx,\ k\in\mathbb{R}$ encuentre y(x)