

## Pauta Control 7 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Martes 12 de Noviembre, 2013

**Tiempo : 15 minutos .**

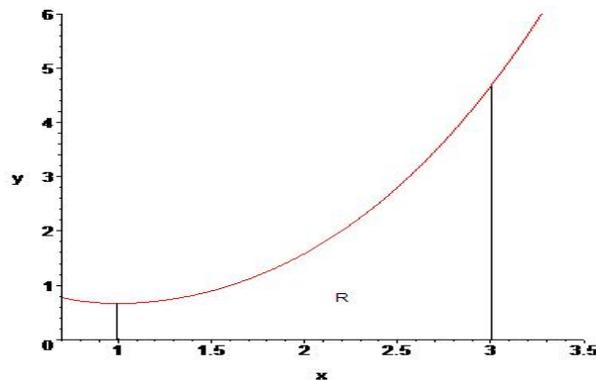
**Nombre:**

**Elija sólo un problema.**

1. Sea  $f : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por:  $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}$ .

Determine el volumen del sólido que se forma al girar la Región "R", acotada por la gráfica de la función  $y = f(x)$ , las rectas  $x = 1$ ,  $x = 3$  y el eje  $X$ , cuando esta gira alrededor del eje  $X$ .

**Solución:**



Para determinar el volumen formado al rotar la región R respecto del eje  $x$  debemos resolver:

$$V = \pi \int_1^3 \left( \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x} \right)^2 dx = \pi \int_1^3 \left( \frac{1}{36}x^6 + \frac{x^2}{6} + \frac{1}{4x^2} \right) dx.$$

3 puntos.

$$V = \pi \left( \frac{1}{36} \cdot \frac{x^7}{7} + \frac{1}{6} \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{1}{4x} \right) \Big|_1^3$$

2 puntos.

$$V = \pi \left( \frac{3^7}{36 \cdot 7} + \frac{3^3}{18} - \frac{1}{12} - \frac{1}{36 \cdot 7} - \frac{1}{18} + \frac{1}{4} \right) = \frac{72}{7} \pi.$$

1 punto.

2. Sea  $f : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por:  $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}$ .

Determine la longitud del gráfica de la función  $y = f(x)$  para  $1 \leq x \leq 3$ .

**Solución:**

Para determinar la longitud deseada debemos utilizar:

$$L = \int_1^3 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx, \text{ donde } f'(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2x^2}.$$

1.5 puntos.

$$\Rightarrow L = \int_1^3 \sqrt{1 + \left( \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2x^2} \right)^2} dx = \int_1^3 \sqrt{1 + \left( \frac{x^4}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4x^4} \right)} dx$$

1 punto.

$$\Rightarrow L = \int_1^3 \sqrt{\left( \frac{x^4}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4x^4} \right)} dx = \int_1^3 \sqrt{\left( \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2x^2} \right)^2} dx$$

1 punto.

$$\Rightarrow L = \int_1^3 \left( \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2x^2} \right) dx = \left( \frac{x^3}{6} - \frac{1}{2x} \right) \Big|_1^3$$

1.5 puntos.

$$\Rightarrow L = \left( \frac{27}{6} - \frac{1}{6} \right) - \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{2} \right) = \frac{14}{3}$$

1 punto.