SOLUCIÓN

P1) NOTAR QUE EN ESTAS FUNCIONES NO PODEMOS USAR EL MÉTODO VISTO EN LA ÚLTIMA AYUDANTÍA.

a) $f(x) = x e^{1/x}$

1° Dominio de la función ⇒ BUSCAR $x \in \mathbb{R}$ TAL QUE LA función NO ESTÉ DEFINIDA, ESTO ES $1/0$ ó $\ln(0)$, ETC...
EN ESTE CASO ESTÁ BIEN DEFINIDA EXCEPTO PARA $x=0$
POR LO TANTO $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

2° CEROS, NO TIENE, YA QUE $x=0$ NO PERTENECE AL DOMINIO.

3° Límites importantes; ¿cuáles son? SON CUANDO f SE ACERCA A LOS x QUE NO PERTENECEN AL DOMINIO, EN ESTE CASO

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) \quad \wedge \quad \lim_{x\to 0^+} f(x)$$

Debemos saber $\displaystyle\lim_{x\to 0^-} e^{1/x} = 0$

$\wedge \displaystyle\lim_{x\to 0^+} e^{1/x} = \infty$

SI DUDAN REVISEN EL GRÁFICO EN fooplot.com DONDE función $f(x) = e^{\wedge}(1/x)$

AHORA $\displaystyle\lim_{x\to 0^-} x\cdot e^{1/x} = 0$

$$\lim_{x\to 0^+} x e^{1/x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{e^{1/x}}{1/x} \approx \frac{\infty}{\infty}$$

COMO NOS DA ∞/∞ USAMOS L'HOPITAL

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{e^{1/x}}{1/x} \overset{\text{L'HOPITAL}}{=} \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{d}{dx}(e^{1/x})}{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right)} = \lim_{x\to 0^+} \frac{e^{1/x}\cancel{\frac{d}{dx}(1/x)}}{\cancel{\frac{d}{dx}(1/x)}}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} e^{1/x} = \infty$$

4º ASÍNTOTAS VERTICALES, HORIZONTALES Y OBLICUAS

- VERTICALES en $x=0$, DONDE $\lim_{x\to 0^+} f(x)=\infty$ ∧ $\lim_{x\to 0^-} f(x)=0$

- HORIZONTALES: NO TIENE

- oblicuas: (RECTA $y=mx+n$ EN DONDE LA FUNCIÓN SE APROXIME)

$$m=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\pm\infty}e^{1/x}=1$$

$$n=\lim_{x\to\infty}f(x)-mx=\lim_{x\to\pm\infty}x\left(e^{1/x}-1\right)$$

$$=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{\left(e^{1/x}-1\right)}{1/x}$$

$$\overset{\text{L'HOPITAL}}{=}\lim_{x\to\pm\infty}\frac{\frac{d}{dx}\left(e^{1/x}-1\right)}{\frac{d}{dx}\left(1/x\right)}$$

$$=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{e^{1/x}\cancel{\frac{d}{dx}(1/x)}}{\cancel{\frac{d}{dx}(1/x)}}=\lim_{x\to\pm\infty}e^{1/x}=1$$

POR LO TANTO LA ASÍNTOTA OBLICUA SERÍA $y=x+1$

5º CRECIMIENTO: CÁLCULO DE $f'(x)$

$$f'(x)=\frac{d}{dx}\left(xe^{1/x}\right)=e^{1/x}+xe^{1/x}\cdot\frac{d}{dx}\left(1/x\right)$$

$$=e^{1/x}\left(1+\cancel{x}\left(\frac{-1}{x^{\cancel{2}}}\right)\right)=\frac{e^{1/x}(x-1)}{x}$$

$f'(x)=0$ si $x=1$

$f'(x)\geq 0$ SSi $x\geq 1 \vee x\leq 0$ ⟹ CRECIENTE

$f'(x)<0$ SSi $0<x<1$ ⟹ DECRECIENTE

5º - CONCAVIDAD E INFLEXIONES: CÁLCULO DE $f''(x)$

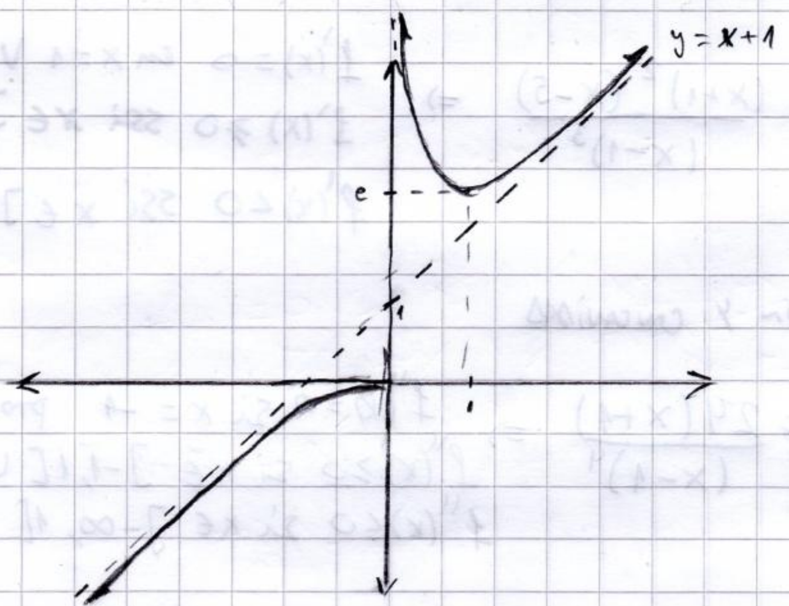
$$f''(x)=\frac{e^{1/x}}{x^3}$$ (CÁLCULO DE LA DERIVADA PROPUESTO PARA USTEDES)

⟹ $f''(x)>0$ si $x>0$ ⟹ CONVEXA

$f''(x)<0$ si $x<0$ ⟹ CÓNCAVA

6- GRÁFICO de $f(x) = xe^{(1/x)}$

	$]-\infty, 0[$	0	$]0, 1[$	1	$]1, \infty[$
$f(x)$		$\nexists$		e	
$f'(x)$	>0 ↗	$\nexists$	<0 ↘	0 min	>0 ↗
$f''(x)$	<0 CÓNCAVA	$\nexists$	>0 CONVEXA		>0 CONVEXA



b) $f(x) = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$

1- $Dom(f) = \mathbb{R} - \{1\}$, continua en todo su dominio.

$\lim_{x \to 1} \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2} = \infty \Rightarrow$ no es reparable.

2- Ceros $\quad f(x) = 0$ CUANDO $(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1$.

3- ASINTOTAS verticales, horizontales, oblicuas

vertical $x = 1$

HORIZONTAL $\Rightarrow \lim_{x \to \pm\infty} f(x) \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \lim_{x \to \infty} \frac{(x^3+1)^3}{(x-1)^2} = \infty \\ \lim_{x \to -\infty} \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2} = -\infty \end{array}\right\}$ no tiene

- ASINTOTAS oblicuas

$$m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{(x+1)^3}{x(x+1)^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^3+3x^2+3x+1}{x^3-2x^2+x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{1+3/x+3/x^2+1/x^3}{1-2/x+1/x^2} = 1$$

$$n = \lim_{x\to\pm\infty} f(x)-mx = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2} - x = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^3+3x^2+3x+1 - x^3+2x^2-x}{x^2-2x+1}$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{5x^2+2x+1}{x^2-2x+1} = 5$$

$\Rightarrow$ ASINTOTA oblicua $y = x+5$

4º crecimiento

$$f'(x) = \frac{(x+1)^2(x-5)}{(x-1)^3} \Rightarrow$$

$f'(x) = 0$ en $x=1 \vee x=5$

$f'(x) \geq 0$ ssi $x \in]-\infty, 1[\cup [5, \infty[$

$f'(x) < 0$ ssi $x \in]1, 5[$

5º puntos de inflexión y concavidad

$$f''(x) = \frac{24(x+1)}{(x-1)^4} \Rightarrow$$

$f''(x) = 0$ si $x = -1$ pto inflexión

$f''(x) \geq 0$ si $x \in]-1,1[\cup]1,\infty[$ convexa

$f''(x) \leq 0$ si $x \in]-\infty, 1[$ cóncava

6º Gráfico

	$]-\infty,-1[$	-1	$]-1,1[$	1	$]1,5[$	5	$]5,\infty[$
$f(x)$		0		$\nexists$		$\frac{27}{2}$	
$f'(x)$	>0 $\nearrow$	0	>0 $\nearrow$	$\nexists$	<0 $\searrow$	0	<0 $\nearrow$
$f''(x)$	<0 CÓNCAVA	0	>0 CONVEXA	$\nexists$	>0 CONVEXA		>0 CONVEXA

d) $f(x) = e^{1/x}\left(1 - 1/x\right)$

1º Dom$(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

2º - Ceros $f(x) = 0 \Rightarrow e^{1/x} = 0$ en $x = 0$ sabemos que $\lim_{x\to 0^-} e^{1/x} = 0$

en $(1 - 1/x) = 0 \Rightarrow \underline{x = 1}$

3º ASINTOTAS:

Verticales: tenemos que $\lim_{x\to 0^-} e^{1/x}(1-1/x) = 0$

$$\lim_{x\to 0^+} e^{1/x}(1 - 1/x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{e^{1/x}(x-1)}{x} \approx \frac{\infty\cdot 0}{0}$$

L'Hopital $\Rightarrow$
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{-e^{1/x}\cdot\frac{1}{x^2}(x-1) + e^{1/x}}{1}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{+e^{1/x}(x^2 - x + 1)}{x^2} \approx \frac{\infty}{0}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{-e^{1/x}\cdot\frac{1}{x^2}(x^2 - x + 1) + e^{1/x}(2x-1)}{2x}$$

$$\approx \lim_{x\to 0^+} \frac{-e^{1/x}(x^2 + x)}{\cancel{x}^3}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{-e^{1/x}}{x} - \frac{e^{1/x}}{x^2} = \underline{-\infty}$$

(ME COSTÓ... JÓDANSE!!!)

HORIZONTALES

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} e^{1/x}\left(1 - \frac{1}{x}\right) = e^0(1-0) = 1$$

$$\lim_{x\to -\infty} f(x) = \lim_{x\to -\infty} e^{1/x}\left(1 - \frac{1}{x}\right) = e^0(1-0) = 1$$

$\Rightarrow y = 1$ ASINTOTA HORIZONTAL

OBLICUA

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{e^{1/x}}{x}\left(1 - \frac{1}{x}\right) = 0$$ $\Rightarrow$ NO TIENE ASINTOTA OBLICUA.

4- MONOTONÍA

$$f'(x) = \frac{e^{1/x}}{x^3}$$

$\Rightarrow f'(x) < 0 \quad x \in]-\infty, 0[\Rightarrow$ DECRECIENTE

$f'(x) > 0 \quad x \in]0, \infty[\Rightarrow$ CRECIENTE

f' NUNCA ES CERO $\Rightarrow$ NO EXISTE MÍN O MÁX.

5- CONCAVIDAD

$$f''(x) = \frac{-e^{1/x}(3x+1)}{x^5}$$

$x^5 < 0$ para $x < 0$

$-e^{1/x}(3x+1)$ cero en $x = -1/3 \Rightarrow$ PTO INFLEXIÓN

$-e^{1/x}(3x+1) > 0 \quad x < -1/3$

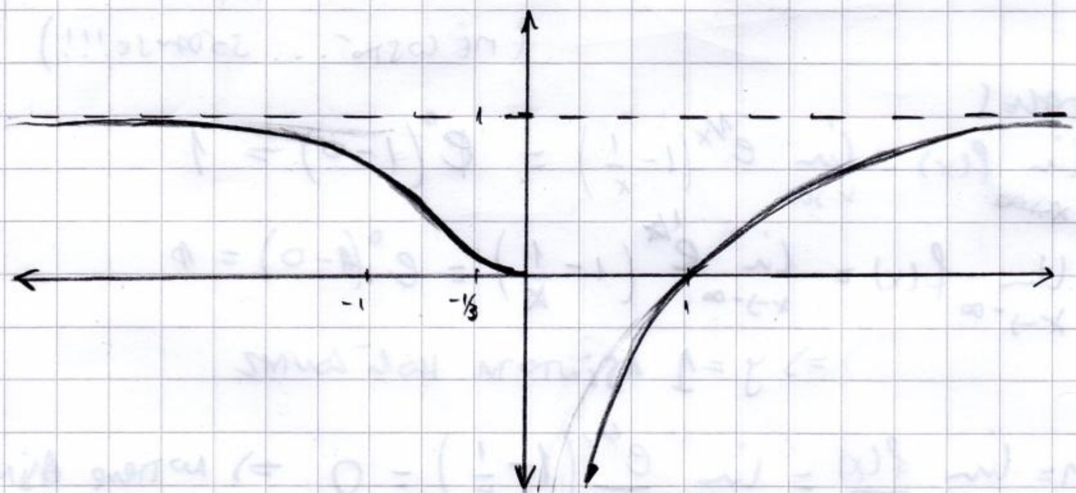
$-e^{1/x}(3x+1) < 0 \quad -1/3 < x < \infty$

$\Rightarrow f''(x) > 0$ si $x \in]-1/3, 0[\Rightarrow$ CONVEXA

$f''(x) < 0$ si $x \in]-\infty, -1/3[\cup]0, \infty[\Rightarrow$ CÓNCAVA

6- GRÁFICO

	$]-\infty,-1/3[$	$-1/3$	$]-1/3, 0[$	0	$]0,\infty[$
$f(x)$		$0{,}1$		$\nexists$	
$f'(x)$	<0 ↘		<0 ↘	$\nexists$	>0 ↗
$f''(x)$	<0 CÓNCAVA	0 PTO INFLEX	>0 CONVEXA	$\nexists$	<0 CÓNCAVA



PD: EL RESTO LOS HACEN USTEDES, NO QUIERO PASAR LA NOCHE GRAFICANDO T-T

P2] LÍMITES USANDO L'HOPITAL

i) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - x - x^2/2}{x^2} = \frac{0}{0}$

$\Rightarrow$ L'HOPITAL $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to 0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - x}{2 \cdot x} = \frac{0}{0}$

OTRA VEZ $\overset{\text{L'HOPITAL}}{\Rightarrow} \lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to 0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = \lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{2} = \frac{0}{2} = \boxed{0}$

ii) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2}}{x^3} = \frac{0}{0}$

L'HOPITAL $\Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - x}{3x^2} = \frac{0}{0} \Rightarrow$ L'HOPITAL $\Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{6x} = \frac{0}{0}$

L'HOPITAL $\Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{e^x}{6} = \boxed{\frac{1}{6}}$

iii) $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x) - x + x^2/2}{x^3} = \frac{0}{0}$

L'HOPITAL $\Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{(1+x)} - 1 + x}{3x^2} = \frac{0}{0}$

L'HOPITAL $\Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{\frac{-1}{(1+x)^2} + 1}{6x} = \frac{0}{0} \overset{\text{L'HOPITAL}}{\Rightarrow} \lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{(1+x^3)}}{6} = \boxed{\frac{1}{6}}$

iv) $\lim_{x\to\infty} a^x = \lim_{x\to\infty} e^{x\ln(a)}$ Y COMO $0 < a < 1$ TENEMOS QUE $\ln(a) < 0$

$\Rightarrow \lim_{x\to\infty} x\ln(a) = -\infty$

$\Rightarrow \boxed{\lim_{x\to\infty} e^{x\ln(a)} = e^{-\infty} = e^{1/\infty} = 0}$

v) $\lim_{x\to\infty} \frac{x}{(\ln(x))^n} = \lim_{x\to\infty} \frac{e^{\ln(x)}}{(\ln(x))^n}$ USANDO $y = \ln(x)$ DONDE SI $x \to \infty \Rightarrow y \to \infty$,

$= \boxed{\lim_{y\to\infty} \frac{e^y}{y} = \infty}$

vi) $\lim_{x\to 0^+} x^x = \lim_{x\to 0^+} e^{x\ln(x)}$, hay que analizar $\lim_{x\to 0^+} x\ln(x)$

$\Rightarrow \lim_{x\to 0^+} x\ln(x) = 0(-\infty)$, no podemos usar L'Hopital, ya que este es sólo para divisiones, así que "transformemos" nuestra función

$\lim_{x\to 0^+} x\ln(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(x)}{1/x} = \frac{-\infty}{\infty}$ ahora sí podemos usar L'Hopital

$\Rightarrow$ L'Hopital $= \lim_{x\to 0^+} \frac{1/x}{-1/x^2} = \lim_{x\to 0^+} -x = 0$

$\Rightarrow \lim_{x\to 0^+} x^x = \lim_{x\to 0^+} e^{x\ln(x)}$ por continuidad de la función e^x

$= e^{\lim_{x\to 0^+} x\ln(x)} = \boxed{e^0 = 1}$

vii) $\lim_{y\to 0} \frac{\ln(1+y)}{y} = \frac{0}{0}$ podemos usar L'Hopital.

$\Rightarrow$ L'Hopital $= \lim_{y\to 0^+} \frac{1/(1+y)}{1} = \lim_{y\to 0^+} \frac{1}{1+y} = \boxed{1}$

viii) $\lim_{x\to\infty} x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) = \infty\cdot 0$ no podemos usar L'Hopital así como está

$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(1+1/x)}{1/x} = \frac{0}{0}$ ahora sí,

$\overset{\text{L'Hopital}}{\Rightarrow} \lim_{x\to\infty} \frac{\ln(1+1/x)}{1/x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{1+1/x}\cdot\cancel{\left(-\frac{1}{x^2}\right)}}{\cancel{-1/x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{1+1/x} = \boxed{1}$

ix) $\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x\to\infty} e^{x\ln(1+\frac{1}{x})}$ por continuidad de función exponencial

$= e^{\lim_{x\to\infty} x\ln(1+1/x)}$ pero $\lim_{x\to\infty} x\ln(1+1/x) = 1$

$\Rightarrow \lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e^{\lim_{x\to\infty} x\ln(1+1/x)} = \boxed{e}$ límite importante!!!

X] $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{a}{x}\right)^x = \lim_{x\to\infty} e^{x\ln(1+\frac{a}{x})}$ POR CONTINUIDAD de la función EXPONENCIAL

$$= e^{\lim_{x\to\infty} x\ln(1+\frac{a}{x})}$$

Debemos calcular $\lim_{x\to\infty} x\ln\left(1+\frac{a}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{\ln\left(1+\frac{a}{x}\right)}{1/x} = \frac{0}{0}$

L'HOPITAL $\Rightarrow = \lim_{x\to\infty} \frac{-\frac{a}{ax+x^2}}{-1/x^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{ax^2}{x^2+ax} \frac{/\cdot 1/x^2}{/\cdot 1/x^2}$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{a}{1+a/x} = \frac{a}{1+0} = a$$

POR LO TANTO SI $\lim_{x\to\infty} x\ln\left(1+\frac{a}{x}\right) = a$.

$$\Rightarrow e^{\lim_{x\to\infty} x\ln(1+\frac{a}{x})} = e^a$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to\infty} e^{x\ln(1+\frac{a}{x})} = e^a$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{a}{x}\right)^x = e^a}$$ OTRO LIMITE IMPORTANTE!!!

Xi] $\lim_{x\to\infty} x\left[\ln(x+1)-\ln(x)\right] = \lim_{x\to\infty} x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} \ln\left[\left(\frac{x+1}{x}\right)^x\right]$

$$= \lim_{x\to\infty} \ln\left[\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\right]$$

POR CONTINUIDAD DE LA función $\ln(x)$

$$\lim_{x\to\infty} \ln\left[\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\right] = \ln\left[\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\right] = \ln(e^1) = 1$$

P3] INTEGRALES (SON 30!! UFF, VEAMOS SI LAS PUEDO SACAR, NECESITARÉ DOSIS EXTRA DE CAFEINA...)

i) $\int e^{-x}\ln(1+e^x)\,dx$ NOTAR QUE HACER $u = 1+e^x$, NO SIRVE PARA NADA!

$du = e^x dx$ QUEDA

$dx = \frac{du}{e^x}$ $\int \frac{\ln(u)}{e^{2x}}du$!! QUEDA PEOR.

ENTONCES PROBEMOS CON LA VACA!, USANDO u la fácil DE DERIVAR Y dv COMO la fácil DE INTEGRAR, ¿QUÉ ES MÁS fácil INTEGRAR e^{-x} o $\ln(1+e^x)$?

$$u = \ln(1+e^x) \Rightarrow du = \frac{1}{1+e^x}\cdot e^x dx$$

$$dv = e^{-x}dx \qquad v = -e^{-x}$$

$$\Rightarrow \int e^{-x}\ln(1+e^x)dx = -e^{-x}\ln(1+e^x) + \int \frac{e^{-x}\cdot e^x}{1+e^x}dx$$

$$= -e^{-x}\ln(1+e^x) + \int \frac{1}{1+e^x}dx$$ ¿Y AHORA?

PROBEMOS AHORA CON EL CAMBIO DE variable

$$a = 1+e^x$$
$$da = e^x dx$$
$$\frac{da}{(a-1)} = dx$$

$$\Rightarrow \int \frac{dx}{1+e^x} = \int \frac{1}{a(a-1)}da$$ [fracciones PARCIALES]

$$\frac{1}{a(a-1)} = \frac{A}{a-1} + \frac{B}{a} = \frac{aA + (a-1)B}{a(a-1)}$$

$$\Rightarrow 1 = aA + aB - B$$
$$\Rightarrow B = -1$$
$$\wedge \ a(A+B) = 0 \Rightarrow A+B = 0 \Rightarrow A = 1$$

POR LO TANTO $\frac{1}{a(a-1)} = \frac{1}{a-1} - \frac{1}{a}$

$$\Rightarrow \int \frac{dx}{a(a-1)} = \int \frac{da}{a-1} - \int \frac{da}{a} = \ln(a-1) - \ln(a)$$

volviendo a la variable original $a = 1+e^x$

$$\int e^{-x} \ln(1+e^x)\,dx = e^{-x}\ln(1+e^x) + \ln(1+e^x-1) - \ln(1+e^x)$$

$$= e^{x}\ln(1+e^x) + \ln(e^x) - \ln(1+e^x)$$

$$= \boxed{\ln(1+e^x)[e^x-1] + x + C}$$

ii) $\displaystyle\int \frac{4x^3-3x^2+3}{(x-1)^2(x^2+1)}\,dx$

PRIMERO NOTAR QUE ES INTEGRAR UNA DIVISIÓN DE DOS POLINOMIO, POR LO TANTO HABRÁ QUE USAR FRACCIONES PARCIALES, SEGUNDO, $\int \frac{P(x)}{Q(x)}dx$ COMO $P(x)$ TIENE MENOR GRADO QUE $Q(x)$, NO HAY QUE DIVIDIR, SOLO USAR LA FÓRMULA DE LAS FRACCIONES PARCIALES.

$$\frac{4x^3-3x^2+3}{(x-1)^2(x^2+1)} = \frac{A}{(x-1)^2} + \frac{B}{(x-1)} + \frac{Cx+D}{(x^2+1)}$$

$$\frac{4x^3-3x^2+3}{\cancel{(x-1)^2(x^2+1)}} = \frac{A(x^2+1)+B(x-1)(x^2+1)+(Cx+D)(x-1)^2}{\cancel{(x-1)^2(x^2+1)}}$$

(1) $4x^3-3x^2+3 = Ax^2+A+Bx^3-Bx^2+Bx-B+Cx^3-2Cx^2+Cx+Dx^2-2Dx-D$

$x^3]$ $4x^3 = Cx^3 \Rightarrow C=3$

$x^2]$ $-3x^2 = Ax^2-Bx^2-2Cx^2+Dx^2 \Rightarrow A-B+D=3$ (2)

$x]$ $0 = Bx+Cx-2Dx \Rightarrow 3=2D-B$ (3)

$x^0]$ $3 = A-B-D=0 \Rightarrow A=B+D$ (4)

NOTAR QUE SI EN (1) USAMOS $x=1 \Rightarrow (x-1)=0$

QUEDANDO

$$4\cdot 1 - \cancel{3\cdot 1} + \cancel{3} = A(\cdot 2) + B\cancel{(0)(2)}^{0} + \cancel{(C\cdot 1+D)}(0)^2$$

$$4=2A \Rightarrow \boxed{A=2}$$

$\Rightarrow$ REEMPLAZANDO EN (2) Y (4)

$$\left.\begin{aligned} D-B&=1\\ B+D&=2\end{aligned}\right] \Rightarrow 2D=3 \Rightarrow D=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow B = 2-\frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{B=\frac{1}{2}}$$

PM

POR LO TANTO

$$\int \frac{4x^3-3x^2+3}{(x-1)^2(x^2+1)}dx = \int \frac{2dx}{(x-1)^2} + \int \frac{1/2\,dx}{(x-1)} + \int \frac{3/2\,x\,dx}{(x^2+1)} + \int \frac{3/2}{(x^2+1)}dx$$

$u=x-1$ $\quad w=x-1$ $\quad z=x^2+1$

$du=dx$ $\quad dw=x-1$ $\quad dz=2x\,dx$

$dx=\frac{dz}{2x}$

$$2\int \frac{du}{u^2} + \frac{1}{2}\int \frac{dw}{w} + \frac{3}{2}\int \frac{dz}{z} + \frac{3}{2}\int \frac{dx}{x^2+1}$$

$$\boxed{\int \frac{4x^3-3x^2+3}{(x-1)^2(x^2+1)} = \frac{-2}{x-1} + \frac{1}{2}\ln(x-1) + \frac{3}{2}\ln(x^2+1) + \frac{3}{2}\arctan(x)+C}$$

iii) $\int \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2+1+(\sqrt{x^2+1})^3}}$ FEO... VEAMOS

$$u^2=(x^2+1) \Rightarrow u=\sqrt{x^2+1}$$

$$2u\,du=2x\,dx$$

$$u\,du=x\,dx$$

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2+1+(\sqrt{x^2+1})^3}} = \int \frac{u\,du}{\sqrt{u^2+u^3}} = \int \frac{u\,du}{\sqrt{u^2(1+u)}} = \int \frac{\cancel{u}\,du}{\cancel{u}\sqrt{1+u}} = \int \frac{du}{\sqrt{1+u}}$$

Si $w=1+u$ $\Rightarrow \int \frac{du}{\sqrt{1+u}} = \int \frac{dw}{\sqrt{w}} = \int w^{-1/2}dw$

$du=dw$

$$= 2w^{1/2}+C = 2(1+u)^{1/2}+C$$

$$\boxed{\int \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2+1+(\sqrt{x^2+1})^3}} = 2\sqrt{(1+\sqrt{x^2+1})}+C}$$

iv) $\int \frac{\sin(x)}{1+\sin(x)+\cos(x)}dx$ dado que es de la forma $\int \frac{P(\sin(x),\cos(x))}{Q(\sin(x),\cos(x))}$ DONDE

P y Q son polinomios de $\sin(x)$ y/o $\cos(x)$

usamos $u=\tan(x/2)$ y $du=\frac{1}{2}\sec^2(x/2)$

DONDE $\sin(x)=\frac{2u}{u^2+1}$, $\cos(x)=\frac{1-u^2}{u^2+1}$, $dx=\frac{2}{u^2+1}du$

QUEDANDO:

$$\int \frac{\sin(x)\,dx}{1+\sin(x)+\cos(x)} = \int \frac{2u}{u^2+1} \cdot \frac{1}{1+\frac{2u}{u^2+1}+\frac{1-u^2}{u^2+1}} \cdot \frac{2}{u^2+1}\,du$$

$$= \int \frac{2u}{\cancel{u^2+1}} \cdot \frac{\cancel{u^2+1}}{\cancel{u^2}+1+2u+1-\cancel{u^2}} \cdot \frac{2\,du}{u^2+1}$$

$$= \int \frac{\cancel{4}2u\,du}{(u^2+1)\cancel{2}(u+1)} = \int \frac{2u\,du}{(u^2+1)(u+1)}$$ AHORA USAMOS fracciones PARCIALES

$$\frac{2u}{(u^2+1)(u+1)} = \frac{Au+B}{u^2+1} + \frac{C}{u+1}$$

$$\cancel{\frac{2u}{(u^2+1)(u+1)}} = \frac{(Au+B)(u+1)+C(u^2+1)}{\cancel{(u^2+1)(u+1)}} \quad (1)$$

$$2u = Au^2+Au+Bu+B+Cu^2+C$$

$u^2]$ $\quad A+C=0 \Rightarrow C=-A$

$u]$ $\quad 2=A+B$

$u^0]$ $\quad B+C=0 \Rightarrow C=-B \Rightarrow B=A \Rightarrow 2A=2$

$\Rightarrow A=B=1$

$\wedge\ C=-1$

$$\Rightarrow \int \frac{2u\,du}{(u^2+1)(u+1)} = \int \frac{u}{u^2+1}\,du + \int \frac{1}{u^2+1}\,du - \int \frac{du}{u+1}$$

$$= \frac{1}{2}\ln(u^2+1) + \operatorname{arctg}(u^2+1) - \ln(u+1) + C$$

volviendo a la variable original

$$\int \frac{\sin(x)\,dx}{1+\sin(x)+\cos(x)} = \underline{\frac{1}{2}\ln\left(tg^2\left(\tfrac{x}{2}\right)+1\right) + \operatorname{arctg}\left(tg^2\left(\tfrac{x}{2}\right)+1\right) - \ln\left(tg(x/2)+1\right) + C}$$

v) $\int \sin(3x)\cos(2x)\,dx$ NO HAY MUCHO QUE HACER ACÁ, SOLO VACA

$u = \sin(3x)$ $du = 3\cos(3x)\,dx$

$dv = \cos(2x)\,dx$ $v = \frac{1}{2}\sin(2x)$

$$\int \sin(3x)\cos(2x)\,dx = \frac{1}{2}\sin(3x)\sin(2x) - \frac{3}{2}\int \sin(2x)\cos(3x)\,dx$$

VACA NUEVAMENTE $w = \cos(3x) \Rightarrow dw = -3\sin(3x)\,dx$

$dy = \sin(2x)\,dx \Rightarrow y = -\frac{1}{2}\cos(2x)\,dx$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2}\sin(3x)\sin(2x) + \frac{3}{4}\cos(3x)\cos(2x) + \frac{9}{4}\underbrace{\int \sin(3x)\cos(2x)\,dx}_{I}$$

$$\Rightarrow I - \frac{9}{4}I = \frac{1}{2}\sin(3x)\sin(2x) + \frac{3}{4}\cos(3x)\cos(2x)$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{4}I = \frac{1}{2}\sin(3x)\sin(2x) + \frac{3}{4}\cos(3x)\cos(2x)$$

$$\Rightarrow \int \sin(3x)\cos(2x)\,dx = -\frac{4}{5}\left(\frac{1}{2}\sin(3x)\sin(2x) + \frac{3}{4}\cos(3x)\cos(2x)\right) + C$$

vi) $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ PROBEMOS CAMBIO DE VARIABLE:

$x = \sin(\theta)$

$dx = \cos(\theta)\,d\theta$

$$\int \frac{\sin^2(\theta)}{\sqrt{1-\sin^2(\theta)}} \cdot \cos(\theta)\,d\theta = \int \frac{\sin^2(\theta)}{\cancel{\cos(\theta)}}\cancel{\cos(\theta)}\,d\theta = \int \sin^2(\theta)\,d\theta$$

$\sin^2(\theta) = \frac{1-\sin(2\theta)}{2}$

$$= \int \frac{1-\sin(2\theta)}{2}\,d\theta = \frac{\theta}{2} - \frac{1}{4}\sin(2\theta) + C$$

pero $\sin(2\theta) = 2\sin(\theta)\cos(\theta)$

$$= \int \frac{x^2}{1-x^2} = \frac{1}{2}\arcsin(x) - \frac{1}{2}\arcsin(x)\cdot\arccos(x) + C$$

$$\text{vii)}\ \int \frac{dx}{e^{3x}\sqrt{1-e^{-2x}}} = \int \frac{dx}{e^{3x}\sqrt{\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}}}} = \int \frac{dx}{e^{3x}\frac{\sqrt{e^{2x}-1}}{e^{x}}} = \int \frac{dx}{e^{2x}\sqrt{e^{2x}-1}}$$

AHORA QUE ESTÁ MÁS BONITO USEMOS

$$u^2 = e^{2x}-1$$

$$du = 2e^{2x}dx \Rightarrow \frac{du}{2e^{2x}} = dx$$

NOTEMOS QUE SI $u^2 = e^{2x}-1 \Rightarrow$

$$2(u^2-1) = 2e^{2x} \wedge e^{2x} = (u^2-1)$$

$$\Rightarrow \int \frac{dx}{e^{2x}\sqrt{e^{2x}-1}} = \int \frac{du}{2(u^2-1)(u^2-1)\cdot\sqrt{u^2}} = \int \frac{du}{2(u^2-1)^2 u}$$

AHORA NUESTRAS AMIGAS FRACCIONES PARCIALES EN DONDE

$$\frac{1}{(u^2-1)^2 u} = \frac{Au+B}{(u^2-1)^2} + \frac{Cu+D}{(u^2-1)} + \frac{E}{u}$$

$$\frac{1}{\cancel{(u^2-1)^2 u}} = \frac{(Au+B)u + (Cu+D)(u^2-1)u + E(u^2-1)}{\cancel{(u^2-1)^2 u}} \quad (1)$$

$$1 = Au^2 + Bu + Cu^4 - Cu^2 + Du^3 - Du + Eu^2 - E$$

$u^4]$ $0 = Cu^4 \Rightarrow C = 0$

$u^3]$ $0 = Du^3 \Rightarrow D = 0$

$u^2]$ $0 = Au^2 - \cancel{Cu^2}^{\,0} + Eu^2 \Rightarrow A = -E$

$u]$ $0 = Bu - \cancel{Du}^{\,0} \Rightarrow B = 0$

$u^0]$ $1 = -E \Rightarrow E = -1 \Rightarrow A = 1$

POR LO TANTO $\dfrac{1}{(u^2-1)^2 u} = \dfrac{u}{(u^2-1)^2} - \dfrac{1}{u} \Rightarrow \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \frac{du}{(u^2-1)^2 u} = \frac{1}{2}\int \frac{u\,du}{(u^2-1)^2} - \frac{1}{2}\int \frac{du}{u}$

$w = u^2-1$
$dw = 2u\,du$
$\Rightarrow u\,du = \frac{dw}{2}$

$$\Rightarrow \int \frac{du}{(u^2-1)^2 u} = \frac{1}{4}\int\frac{dw}{w^2} - \frac{1}{2}\int\frac{du}{u}$$

$$= -\frac{1}{4}\frac{1}{w} - \frac{1}{2}\ln(u) + c \qquad \text{CON } w = u^2-1 = e^{2x}-2$$

$$\text{Y } u = \sqrt{e^{2x}-1}$$

$$\boxed{\int \frac{dx}{e^{3x}\sqrt{1-e^{-2x}}} = -\frac{1}{4}\frac{1}{e^{2x}-2} - \frac{1}{2}\ln\left(\sqrt{e^{2x}-1}\right) + c}$$

viii) $\displaystyle\int \frac{\sin(x)}{4-\cos^2(x)}\,dx$ ESO ES UN POLINOMIO DE FUNCIONES $\sin(x)$ Y $\cos(x)$

USAMOS el cambio de variable $u = tg\left(\frac{x}{2}\right)$

Y $du = \frac{1}{2}\sec^2\left(\frac{x}{2}\right)dx$

TAL QUE $\quad dx = \dfrac{2}{u^2+1}\,du\ ; \quad \sin(x) = \dfrac{2u}{u^2+1}$

REEMPLAZANDO $\qquad \cos(x) = \dfrac{1-u^2}{u^2+1} \Rightarrow \cos^2(x) = \dfrac{(1-u)^2}{(u^2+1)^2}$

$$\int\frac{\sin(x)}{4-\cos^2(x)}dx = \int \frac{2u}{(u^2+1)}\cdot\frac{1}{4-\frac{(1-u)^2}{(u^2+1)^2}}\cdot\frac{2}{(u^2+1)}du$$

$$= \int \frac{4u\,\cancel{(u^2+1)^2}\,du}{[4(u^2+1)^2-(1-u)^2]\cancel{(u^2+1)^2}} = \int\frac{4u\,du}{4(u^2+1)^2-(1-u)^2}$$

QUEDÓ PEOR.. ¿SIGO? NO!!!!
SI A USTEDES AL HACER CAMBIO DE VARIABLE LES QUEDA PEOR... NO SIGAN!

VEAMOS OTRO CAMBIO DE VARIABLE

$$\int\frac{\sin(x)dx}{4-\cos^2(x)} \qquad u = \cos(x)$$
$$du = -\sin(x)dx$$

$$\Rightarrow \int\frac{\sin(x)dx}{4-\cos^2(x)} = \int\frac{-du}{4-u^2} = \int\frac{-1}{(2+u)(2-u)}du$$

AHORA SI QUEDÓ BONITO... FRACCIONES PARCIALES!!!

$$\frac{-1}{(2+u)(2-u)} = \frac{A}{(2+u)} + \frac{B}{(2-u)} = \frac{A(2-u)+B(2+u)}{(2+u)(2-u)}$$

$$\Rightarrow -1 = 2A - Au + 2B + uB$$

$$\Rightarrow A = -B \quad \text{Y} \quad B - A = -1 \quad \Rightarrow \underline{B = -1/2 \wedge A = 1/2}$$

POR LO TANTO NOS QUEDA

$$\int \frac{-du}{(2+u)(2-u)} = \frac{1}{2}\int \frac{du}{(2+u)} - \frac{1}{2}\int \frac{du}{(2-u)}$$

$$= \frac{1}{2}\ln(2+u) + \frac{1}{2}\ln(2-u) + C$$

con $u = \cos(x)$

$$\boxed{\int \frac{\sin(x)\,dx}{4-\cos^2(x)} = \frac{1}{2}\ln(2+\cos(x)) + \frac{1}{2}\ln(2-\cos(x)) + C}$$

ix) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(1+x^2)(1+x)}$ CLARAMENTE FRACCIONES PARCIALES

$$\frac{x}{(1+x^2)(1+x)} = \frac{Ax+B}{(1+x^2)} + \frac{C}{(1+x)}$$

$$\cancel{\frac{x}{(1+x^2)(1+x)}} = \frac{(Ax+B)(1+x) + C(1+x^2)}{\cancel{(1+x^2)(1+x)}} \quad (1)$$

NOTAR QUE SI USAMOS $x = -1$ EN (1) NOS QUEDA.

$\underline{x=-1|}$

$$-1 = \cancel{(A(-1)+B)(1-1)}^{0} + C(1+(-1)^2)$$

$$-1 = 2C \Rightarrow \underline{C = -1/2|}$$

AHORA

$$x = Ax^2 + Ax + Bx + B - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2$$

PARA

$\underline{x^2|}$ $\quad 0 = Ax^2 - \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow \underline{A = 1/2|}$

$\underline{x^0|}$ $\Rightarrow 0 = B - 1/2 \Rightarrow \underline{B = 1/2|}$

POR LO TANTO $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(1+x^2)(1+x)} = \int \frac{x\,dx}{2(1+x^2)} + \int \frac{dx}{2(1+x^2)} - \int \frac{dx}{2(1+x)}$

$u = 1+x^2$
$du = 2x\,dx$
$\Rightarrow x\,dx = \frac{du}{2}$

$$\int \frac{x\,dx}{(1+x^2)(1+x)} = \frac{1}{4}\ln(1+x^2) + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}(x) - \frac{1}{2}\ln(1+x) + C$$

x) $\displaystyle\int \frac{3x^2+2x+1}{(x+1)^2(x^2+1)}dx$

PRIMERO NOTAR QUE EL POLINOMIO EN EL DENOMINADOR ES DE MAYOR GRADO QUE EL DEL NUMERADOR, POR LO QUE PODEMOS USAR FRACCIONES PARCIALES, ¿SE PUEDE FACTORIZAR EL NUMERADOR? NO ENCONTRÉ FORMA ÚTIL, EN FIN, SINO PODEMOS DEJARLO MÁS BONITO, USEMOS FRACCIONES PARCIALES

$$\frac{3x^2+2x+1}{(x+1)^2(x^2+1)} = \frac{Ax+B}{(x^2+1)} + \frac{C}{(x+1)^2} + \frac{D}{(x+1)}$$

$$\frac{3x^2+2x+1}{\cancel{(x+1)^2(x^2+1)}} = \frac{(Ax+B)(x+1)^2 + C(x^2+1) + D(x+1)(x^2+1)}{\cancel{(x+1)^2(x^2+1)}} \quad (1)$$

$$3x^2+2x+1 = (Ax+B)(x^2+2x+1) + C(x^2+1) + D(x^3+x^2+x+1)$$

$$3x^2+2x+1 = Ax^3+2Ax^2+Ax+Bx^2+2Bx+B+Cx^2+C+Dx^3+Dx^2+Dx+D \quad (2)$$

NOTAR QUE SI EN (1) REEMPLAZAMOS $x=-1$ QUEDA

$$3-2+1 = 2 = \cancel{(-A+B)(-1+1)^2}^{\,0} + C(1+1) + \cancel{D(-1+1)(1+1)}^{\,0}$$

$$2 = 2C \Rightarrow \underline{C = 1}$$

AHORA QUE TENEMOS C, BUSCAMOS LAS OTRAS LETRAS EN (2)

x^3 | $0 = Ax^3 + Dx^3 \Rightarrow A = -D$ (a)

x^2 | $3x^2 = 2Ax^2 + Bx^2 + Cx^2 + Dx^2$

$\underline{2 = 2A + B + D}$ (b)

x | $2x = Ax + 2Bx + Dx \Rightarrow 2 = A + 2B + D$ (c)

x^0 | $1 = B + C + D \Rightarrow 0 = B + D \Rightarrow B = -D$ (d)

JUNTANDO (a) CON (d) QUEDA $A = -D = B \Rightarrow \underline{A = B}$

REEMPLAZANDO EN (b)

$$2 = 2A + A - A \Rightarrow 2A = 2 \Rightarrow \underline{A = 1}$$

$$\Rightarrow B = A = 1 = -D \Rightarrow +D = -1 \Rightarrow$$

$$\frac{3x^2+2x+1}{(x+1)^2(x^2+1)} = \frac{(x+1)}{(x^2+1)} + \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1}$$

$$\int \frac{3x^2+2x+1}{(x+1)^2(x^2+1)}dx = \int \frac{x\,dx}{(x^2+1)} + \int \frac{dx}{x^2+1} + \int \frac{dx}{(x+1)^2} - \int \frac{dx}{x+1}$$

$$\int \frac{3x^2+2x+1}{(x+1)^2(x^2+1)}dx = \int \frac{x}{(x^2+1)}dx + \int \frac{dx}{x^2+1} + \int \frac{dx}{(x+1)^2} - \int \frac{dx}{x+1}$$

$u = x^2+1$
$du = 2dx$

$$\boxed{\int \frac{3x^2+2x+1}{(x+1)^2(x^2+1)}dx = \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + \operatorname{arctg}(x) - \frac{1}{2(x+1)} - \ln(x+1) + C}$$

xi) $\int \frac{2x+3}{x^2-4}dx$ PODEMOS HACER FRACCIONES PARCIALES, O

$$\int \frac{2x+3}{x^2-4}dx = \int \frac{2x\,dx}{x^2-4} + \frac{3}{4}\int \frac{dx}{\left(\frac{x}{2}\right)^2-1}$$

$u = x^2-4$ $\quad w = \frac{x}{2}$
$du = 2x\,dx$ $\quad dw = \frac{dx}{2}$

$$\int \frac{2x+3}{x^2-4}dx = \int \frac{du}{u} + \frac{3}{2}\int \frac{dw}{w^2-1} = \ln(x^2-4) + \frac{3}{2}\int \frac{dw}{(w+1)(w-1)}$$

CREO QUE NO NOS SALVAMOS DE LAS FRACCIONES PARCIALES...

$$\frac{1}{(w+1)(w-1)} = \frac{A}{(w+1)} + \frac{B}{(w-1)}$$

$$\frac{1}{\cancel{(w+1)(w-1)}} = \frac{A(w-1)+B(w+1)}{\cancel{(w+1)(w-1)}}$$

$$1 = Aw - A + Bw + B$$

$w]$ $\quad 0 = Aw + Bw \Rightarrow A = -B$

$w^0]$ $\quad 1 = -A + B \Rightarrow A = -1/2 \Rightarrow B = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \int \frac{dw}{w^2-1} = \frac{1}{2}\left[\int \frac{dw}{w-1} - \int \frac{dw}{w+1}\right] = \frac{1}{2}\left[\ln(w-1) - \ln(w+1)\right]$$

$$\Rightarrow \int \frac{2x+3}{x^2-4} = \underline{\ln(x^3-4) + \frac{3}{4}\ln\left(\frac{\frac{x}{2}-1}{x/2+1}\right) + C}$$

xii) $\int \frac{x^2+2x+3}{(x-1)(x+1)^2}\,dx$ CLARAMENTE FRACCIONES PARCIALES

$$\frac{x^2+2x+3}{(x-1)(x+1)^2} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)}$$

$$\frac{x^2+2x+3}{\cancel{(x-1)(x+1)^2}} = \frac{A(x+1)^2 + B(x-1) + C(x+1)(x-1)}{\cancel{(x-1)(x+1)^2}} \quad (1)$$

SI REEMPLAZAMOS AQUÍ $x=1$ PARA QUE $(x-1)$ SEA CERO, QUEDA

$$6 = A(1+1)^2 + \cancel{B(1-1)}^{0} + \cancel{C(1+1)(1-1)}^{0}$$

$$\boxed{\frac{6}{4} = A}$$

SI REEMPLAZAMOS x AHORA POR -1 QUEDA

$$2 = A\cancel{(-1+1)^2}^{0} + B(-1-1) + C\cancel{(-1+1)}^{0}(-1-1)$$

$$2 = -2B \Rightarrow \boxed{B = -1}$$

AHORA DESARROLLANDO (1)

$$x^2+2x+3 = Ax^2+2Ax+A + Bx-B + Cx^2-C$$

EN x^0) $\quad 3 = A - B - C$

$$3 = \frac{6}{4} + 1 - C \Rightarrow C = \frac{10}{4} - \frac{12}{4} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

QUEDANDO $\quad \frac{x^2+2x+3}{(x-1)(x+1)^2} = \frac{6}{4(x-1)} - \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{2(x+1)}$

$$\int \frac{x^2+2x+3}{(x-1)(x+1)^2}\,dx = \frac{6}{4}\int \frac{dx}{x-1} - \int \frac{dx}{(x+1)^2} - \frac{1}{2}\int \frac{dx}{x+1}$$

$$\boxed{\int \frac{x^2+2x+3}{(x-1)(x+1)}\,dx = \frac{6}{4}\ln(x-1) + \frac{1}{2(x+1)} - \frac{1}{2}\ln(x+1) + C}$$

XIII) $\int \frac{x\,dx}{x^2+2x-3}$ NOTAR QUE $x^2+2x-3 = (x-1)(x+3)$
Y USAMOS FRACCIONES PARCIALES

$$\frac{x}{x^2+2x-3} = \frac{x}{(x-1)(x+3)} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x+3)}$$

$$\frac{x}{\cancel{(x-1)(x+3)}} = \frac{A(x+3)+B(x-1)}{\cancel{(x-1)(x+3)}}$$

SI USAMOS $x=1$, QUEDA

$$1 = A(1+3) + B\cancel{(1-1)} \Rightarrow 1 = 4A \Rightarrow A = 1/4$$

SI USAMOS $x=-3$ QUEDA

$$-3 = A\cancel{(-3+3)} + B(-3-1) \Rightarrow -3 = -4B \Rightarrow \underline{B = 3/4}$$

LUEGO $\frac{x}{x^2+2x-3} = \frac{1/4}{(x-1)} + \frac{3/4}{(x+3)}$

$$\Rightarrow \int \frac{x\,dx}{x^2+2x-3} = \frac{1}{4}\int \frac{dx}{(x-1)} + \frac{3}{4}\int \frac{dx}{x+3} = \underline{\frac{1}{4}\ln(x-1) + \frac{3}{4}\ln(x+3) + C}$$

XIV) $\int \frac{5\,dx}{(x-2)(x-1)^2(x^2+1)}$ FRACCIONES PARCIALES

$$\frac{5}{(x-2)(x-1)^2(x^2+1)} = \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{(x-1)} + \frac{Dx+E}{(x^2+1)}$$

$$\frac{5}{\cancel{(x-2)(x-1)^2(x^2+1)}} = \frac{A(x-1)^2(x^2+1) + B(x-2)(x^2+1) + C(x-1)(x-2)(x^2+1) + (Dx+E)(x-2)(x-1)^2}{\cancel{(x-2)(x-1)^2(x^2+1)}}$$

NOTAR QUE SI USAMOS $x=1$, TODOS LOS QUE SE MULTIPLICAN POR $(x-1)$ SON CERO
QUEDA

$$5 = B(1-2)(1+1) \Rightarrow 5 = -2B \Rightarrow \underline{B = -5/2}$$

AHORA CON $x=2$ QUEDA

$$5 = A(2-1)^2(4+1) \Rightarrow 5 = 5A \Rightarrow \underline{A=1}$$

PODEMOS USAR $x=0$, QUEDA

$$5 = A - 2B + 2C - 2E \Rightarrow \underline{-1 = 2C-2E} \quad (a)$$

CON $x=-1$ NOS QUEDA REEMPLAZANDO

$$5 = 8A - 6B + 12C + 12D - 12E \Rightarrow -18 = 12D + 6\underbrace{(2C-2E)}_{-1}$$

$$\Rightarrow -18 = 12D - 6 \Rightarrow D = -1$$

PARA NO MULTIPLICAR PODEMOS REEMPLAZAR POR OTRO VALOR, COMO $x=-2$

QUEDA $5 = 45A - 20B + 60C + 72D - 36E$

REEMPLAZANDO $A=1,\ B=-5/2,\ D=-1$

$$-18 = 60C - 36E \quad /:6$$

$$-3 = 10C - 6E \quad (b)$$

SUMANDO $(b)-(a)\cdot 3$

$$-3+3 = 10C - 6C - 6E + 6E$$

$$0 = 4C \Rightarrow C = 0$$

$$\Rightarrow -3 = -6E \Rightarrow E = 1/2.$$

FINALMENTE QUEDA

$$\frac{5}{(x-2)(x-1)^2(x^2+1)} = \frac{1}{(x-2)} + \frac{5}{2(x-1)^2} - \frac{x-1/2}{(x^2+1)}$$

$$\Rightarrow \int \frac{5\,dx}{(x-2)(x-1)^2(x^2+1)} = \int \frac{dx}{(x-2)} - \frac{5}{2}\int \frac{dx}{(x-1)^2} - \int \frac{x\,dx}{x^2+1} + \frac{1}{2}\int \frac{dx}{(x^2+1)}$$

$u = x^2+1$
$du = 2x+1$

$$\boxed{\int \frac{5\,dx}{(x-2)(x-1)^2(x^2+1)} = \ln(x-2) + \frac{5}{2(x-1)} - \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}(x) + C}$$

XVI $\displaystyle\int \frac{\sin(x)}{1+\sin(x)}\,dx$

COMO ES UN POLINOMIO DE $\sin(x)$, ADEMAS EL DENOMINADOR ES $\sin(x)$, POR LO TANTO, HACER $u = 1+\sin(x)$ NO SERVIRÁ YA QUE EL $\cos(x)$ QUE APARECE AL DERIVAR u, SOLO MOLESTARÁ, POR LO TANTO HACEMOS $u = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$;

$dx = \frac{2}{u^2+1}\,du$; $\sin(x) = \frac{2u}{u^2+1}$ QUEDANDO

$$\int \frac{\sin(x)}{1+\sin(x)}\,dx = \int \frac{2u}{u^2+1}\cdot\frac{1}{1+\frac{2u}{u^2+1}}\cdot\frac{2}{u^2+1}\,du = \int \frac{2u}{u^2+1}\cdot\frac{\cancel{u^2+1}}{u^2+2u+1}\cdot\frac{2}{\cancel{u^2+1}}\,du$$

$$= \int \frac{4u}{(u^2+1)(u+1)^2}\,du$$ AHORA USAMOS FRACCIONES PARCIALES.

$$\frac{4u}{(u^2+1)(u+1)^2} = \frac{Au+B}{u^2+1} + \frac{C}{(u+1)^2} + \frac{D}{u+1}$$

$$\frac{4u}{(u^2+1)(u+1)^2} = \frac{(Au+B)(u+1)^2 + C(u^2+1) + D(u+1)(u^2+1)}{(u^2+1)(u+1)^2}$$

USANDO $u=-1$

$$-4 = 2C \Rightarrow \underline{C=-2}$$

USANDO $u=0$

$$0 = B + C + D \Rightarrow \underline{B+D=2} \text{ (a)}$$

USANDO $u=1$

$$4 = 4A + 4B + 2C + 4D$$

$$0 = 4A + 4\underbrace{(B+D)}_{2} \Rightarrow 0 = 4A+8 \Rightarrow \underline{A=-2}$$

AHORA CON $u=2$

$$8 = 18A + 9B + 5C + 15D, \text{ REEMPLAZANDO } A=-2, C=-2$$

$$\underline{54 = 9B + 15D} \text{ (b)}$$

$$54 = 9\underbrace{(B+D)}_{2} + 6D \Rightarrow 36 = 6D \Rightarrow \underline{D=6} \Rightarrow \underline{B=-4}$$

QUEDANDO

$$\int \frac{4u\,du}{(u^2+1)(u+1)^2} = -\int \frac{2u}{(u^2+1)}du - 4\int \frac{du}{u^2+1} - 2\int \frac{du}{(u+1)^2} + 6\int \frac{du}{(u+1)}$$

$$\int \frac{4u\,du}{(u^2+1)(u+1)^2} = -\ln(u^2+1) - 4\operatorname{arctg}(u) + \frac{1}{u+1} + 6\ln(u+1) + C$$

reemplazando $u = tg(x/2)$

$$\boxed{\int \frac{4u\,du}{(u^2+1)(u+1)^2} = -\ln(\sec^2(x)) - 2x + \frac{1}{tg(x/2)+1} + 6\ln(tg(x/2)+1) + C}$$

XVi) $\displaystyle\int \frac{dx}{2-x^2} = \int \frac{dx}{(\sqrt{2}+x)(\sqrt{2}-x)}$ fracciones parciales

$$\frac{1}{(\sqrt{2}+x)(\sqrt{2}-x)} = \frac{A}{(\sqrt{2}+x)} + \frac{B}{(\sqrt{2}-x)} \Rightarrow 1 = A(\sqrt{2}-x) + B(\sqrt{2}+x)$$

USANDO $x=\sqrt{2}$

$$1 = A\cdot 0 + 2B\sqrt{2} \Rightarrow B = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

AHORA USANDO $x=-\sqrt{2} \Rightarrow 1 = A(-2\sqrt{2}) + B\cdot 0 \Rightarrow A = -\frac{\sqrt{2}}{4}$

QUEDANDO $\displaystyle\int \frac{dx}{2-x^2} = \frac{-\sqrt{2}}{4}\int \frac{dx}{\sqrt{2}+x} + \frac{\sqrt{2}}{4}\int \frac{dx}{\sqrt{2}-x} = \frac{\sqrt{2}}{4}\ln\left(\frac{\sqrt{2}-x}{\sqrt{2}+x}\right) + C$

XViii) $\int \frac{\cos(x)}{1+\cos^2(x)}dx$ PODRIAMOS USAR el cambio por $u=\tan(\frac{x}{2})$ PERO PROBEMOS CAMBIO DE VARIABLE, PRIMERO DESARROLLEMOS UN POCO.

$$\int \frac{\cos(x)}{1+\cos^2(x)}dx = \int \frac{\cos(x)\,dx}{1+1-\sin^2(x)} = \int \frac{\cos(x)\,dx}{2-\sin^2(x)}$$

$u = 2-\sin^2(x)$

$du = -2\cos(x)dx$

$\Rightarrow \cos(x)\,dx = -\frac{du}{2}$

QUEDANDO $\int \frac{\cos(x)dx}{2-\sin^2(x)} = -\int \frac{du}{2u} = -\frac{1}{2}\ln(u)+C$

$$\Rightarrow \int \frac{\cos(x)dx}{2-\sin^2(x)} = \boxed{-\frac{1}{2}\ln(2-\sin^2(x))+C}$$

iXX) $\int \frac{dx}{\sin(x)-\cos(x)+1}$ AHORA NO TENEMOS OPCIÓN, debemos USAR $u=\tan(\frac{x}{2})$

$dx = \frac{2}{u^2+1}du$, $\sin(x) = \frac{2u}{u^2+1}$; $\cos(x) = \frac{1-u^2}{u^2+1}$

QUEDANDO:

$$\int \frac{dx}{\sin(x)-\cos(x)+1} = \int \frac{1}{\frac{2u}{u^2+1} - \frac{1-u^2}{u^2+1}+1}\cdot\frac{2}{u^2+1}du = \int \frac{\cancel{u^2+1}}{2u-1+u^2+u^2+1}\cdot\frac{2}{\cancel{u^2+1}}du$$

$$= \int \frac{\cancel{2}du}{\cancel{2}(u+u)} = \int \frac{du}{u(u+1)}$$ AHORA USAMOS FRACCIONES PARCIALES

$$\frac{1}{u(u+1)} = \frac{A}{u}+\frac{B}{u+1} \Rightarrow 1 = A(u+1)+Bu$$

USANDO $u=0 \Rightarrow \boxed{1=A}$; USANDO $u=-1 \Rightarrow \boxed{B=-1}$

QUEDANDO

$$\int \frac{du}{u(u+1)} = \int \frac{du}{u} - \int\frac{du}{u+1} = \ln(u)-\ln(u+1)+C = \ln\left(\frac{u}{u+1}\right)+C$$

$$\boxed{\int \frac{dx}{\sin(x)-\cos(x)+1} = \ln\left(\frac{tg(x/2)}{tg(\frac{x}{2})+1}\right)+C}$$

XX) $\displaystyle\int \frac{\sqrt[3]{x}\,dx}{2\sqrt{x}\,(1+\sqrt[3]{x})}$ COMO TENEMOS RAICES DE 3 Y 2, USAMOS

$u^6 = x \Rightarrow dx = 6u^5 du$, QUEDANDO

$u = \sqrt[6]{x}$

$$\int \frac{u^2 \cdot 6u^5\,du}{2u^3(1+u^2)} = 3\int \frac{u^4\,du}{1+u^2}$$

COMO EL NUMERADOR ES DE MAYOR GRADO QUE EL DENOMINADOR DIVIDIMOS LOS POLINOMIOS

$$\begin{array}{l} u^4 : u^2+1 = u^2-1 \\ -(u^4+u^2) \\ \quad -u^2 \\ \quad -(-u^2-1) \\ \qquad 1 \end{array} \Rightarrow \frac{u^4}{u^2+1} = u^2 - 1 + \frac{1}{u^2+1}$$

$$\Rightarrow \int \frac{u^4\,du}{1+u^2} = \int u^2 - 1\,du + \int \frac{du}{u^2+1} = \frac{u^3}{3} - u + \operatorname{arctg}(u) + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{\sqrt[3]{x}\cdot dx}{2\sqrt{x}\,(1+\sqrt[3]{x})} = 3\cdot\int \frac{u^4}{1+u^2} = \boxed{\sqrt{x} - 3\sqrt[6]{x} + \operatorname{arctg}(\sqrt[6]{x}) + C}$$

con $u = \sqrt[6]{x}$

XXi) $\displaystyle\int \frac{2x+1}{\sqrt{3-2x-x^2}}\,dx$ NO HAY MUCHO QUE HACER, TRATEMOS DE COMPLETAR CUADRADO

$$-x^2 - 2x + 3 = -(x+1)^2 + 4$$

$$\int \frac{2x+1}{2\sqrt{1-\left(\frac{x+1}{2}\right)^2}}\,dx$$

USANDO $\left(\frac{x+1}{2}\right) = \sin\theta \Rightarrow dx = 2\cos(\theta)d\theta$

POR OTRO LADO $x = 2\sin\theta - 1$

$\Rightarrow 2x+1 = 4\sin\theta - 1$, QUEDANDO

$$\int \frac{(4\sin\theta - 3)\cdot \cancel{2\cos\theta}}{\cancel{2\cos\theta}}\,d\theta = \int 4\sin\theta - 1\,d\theta$$

$$= -4\cos(\theta) - \theta + C$$

$$= -4\sqrt{1-\sin^2(\theta)} - \theta + C$$

$$= -4\sqrt{1-\left(\frac{x+1}{2}\right)^2} - \arcsin\left(\frac{x+1}{2}\right) + C$$

$$\boxed{\int \frac{2x+1}{\sqrt{3-2x-x^2}}\,dx = -2\sqrt{3-2x-x^2} - \arcsin\left(\frac{x+1}{2}\right) + C}$$

xxii] $\int \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \cdot \frac{1}{x^2}\, dx$ $\quad u^2 = \frac{x-1}{x+1} \quad 2u\,du = \left[\frac{x+1-x+1}{(x+1)^2}\right] dx$

$$u^2 x + u^2 = x - 1 \qquad \boxed{2u\,du = 2\frac{dx}{(x+1)^2}}$$

$$x(u^2-1) = -1-u^2$$

$$x = \frac{-(u^2+1)}{u^2-1} \Rightarrow x^2 = \frac{(u^2+1)^2}{(u^2-1)^2}$$

$$dx = \left[\frac{x-1}{\cancel{x+1}}\right](x+1)^{\cancel{2}} \cdot du$$

$$dx = (x^2-1)\,du = \left[\left(\frac{u^2+1}{u^2-1}\right)^2 - 1\right] du$$

AHORA REEMPLAZAMOS, SÉ QUE ES FEA ESTA INTEGRAL.

$$\int u \cdot \frac{\cancel{(u^2-1)^2}}{(u^2+1)^2} \cdot \left[\frac{(u^2+1)^2-(u^2-1)^2}{\cancel{(u^2-1)^2}}\right] du$$

$$\int \frac{u\cancel{(u^2+1)^2}}{\cancel{(u^2+1)^2}}\, du - \int \frac{u(u^2-1)^2}{(u^2+1)^2}\, du = \int u\,du - \int \frac{u(u^2-1)^2}{(u^2+1)^2}\, du$$

La primera integral es conocida, la segunda, notemos que el polinomio del numerador es mayor que el denominador, por eso debemos dividir.

$$u(u^2-1)^2 = u(u^4-2u^2+1) = u^5-2u^3+u$$

y $(u^2+1)^2 = u^4+2u^2+1$ quedando

$$u^5-2u^3+u : u^4+2u^2+1 = u$$

$$-(u^5+u^3+u)$$

$$\underline{-3u^3}$$

por lo que queda $\frac{u(u^2-1)^2}{(u^2+1)^2} = u - \frac{3u^3}{(u^2+1)^2}$ con esto usamos fracciones parciales.

$$\frac{-3u^3}{(u^2+1)} = \frac{Au+B}{(u^2+1)^2} + \frac{Cu+D}{u^2+1} \Rightarrow -3u^3 = Au+B+(Cu+D)(u^2+1)$$

si hacemos $u=0$ queda

$$0 = B + D \Rightarrow D = -B$$

con $u=1 \Rightarrow -3 = A+B+2C+2D$ (a)

con $u=-1 \Rightarrow 3 = -A+B-2C+2D$ (b)

sumando (a)+(b) $\quad 0 = 2B+4D \quad$ si $D=-B$

$$\Rightarrow 0 = 2B-4D = -2B = 0 \Rightarrow \underline{B = -D = 0}$$

NOS QUEDA QUE $-3u^3 = Au + Cu^3 + Cu$

$$\boxed{u^3} \quad -3u^3 = Cu^3 \Rightarrow C = -3$$

$$\boxed{u} \quad 0 = Au + Cu \Rightarrow C = -A = -3 \Rightarrow \underline{A = 3}$$

POR LO TANTO

$$\int \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\,\frac{1}{x^2}\,dx = \cancel{\int u\,du} - \cancel{\int u\,du} - 3\int \frac{u\,du}{(u^2+1)^2} + 3\int \frac{u\,du}{u^2+1}$$

siendo $w = u^2+1$ con $z = u^2+1$

$dw = 2u\,du$ $dz = 2u\,du$

$\Rightarrow \frac{dw}{2} = u\,du$ $\frac{dz}{2} = u\,du$

POR LO TANTO $$\int \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\,\frac{1}{x^2}\,dx = -\frac{3}{2}\int \frac{dw}{w^2} + \frac{3}{2}\int \frac{dz}{z}$$

$$\int \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\,\frac{1}{x^2}\,dx = \frac{3}{2(u^2+1)} + \frac{3}{2}\ln(u^2+1) + C$$

con $u^2 = \frac{x-1}{x+1}$ y $u^2+1 = \frac{x-1+x+1}{x+1} = \frac{2x}{x+1}$

QUEDANDO FINALMENTE $$\boxed{\int \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\,\frac{1}{x^2}\,dx = \frac{3(x+1)}{4x} + \frac{3}{2}\ln\left(\frac{2x}{x+1}\right) + C}$$

$\underline{\text{XXiii}}$ $\int e^{-\sqrt{x}}\,dx$ usemos $u = -\sqrt{x} \Rightarrow du = \frac{1}{2}\frac{dx}{\sqrt{x}} \Rightarrow \underline{dx = 2u\,du}$

QUEDANDO $\int e^u\, 2u\,du$ AHORA USEMOS UACA, siendo fácil derivar u, y fácil de integrar $e^u du$

POR LO TANTO USANDO $w = 2u$ $dw = 2du$

$dv = e^u du \Rightarrow v = e^u$

QUEDANDO $$\int 2e^u u\,du = 2e^u u - 2\int e^u\,du$$

$$= 2e^u u - 2e^u = 2e^u(u-1) + C$$

REEMPLAZANDO $u = -\sqrt{x}$

$$\Rightarrow \boxed{\int e^{-\sqrt{x}}\,dx = -2e^{-\sqrt{x}}(\sqrt{x}+1) + C}$$

XXIV) $\displaystyle\int \frac{\ln(1-x^2)}{x^2}\,dx$ INTEGREMOS POR PARTE, COMO ES FÁCIL DERIVAR $\ln(1-x^2)$ ESE SERÁ NUESTRO u

$$u = \ln(1-x^2) \quad du = \frac{-2x}{1-x^2}dx$$
$$dv = \frac{1}{x^2} \quad v = -\frac{1}{x}$$

QUEDANDO $\displaystyle\int \frac{\ln(1-x^2)}{x^2}dx = \frac{-\ln(1-x^2)}{x} - \int \frac{2\,dx}{1-x^2}$

PARA INTEGRAR $\displaystyle\int \frac{2\,dx}{1-x^2}$ USAMOS FRACCIONES PARCIALES.

$$\frac{2}{1-x^2} = \frac{2}{(1+x)(1-x)} = \frac{A}{(1+x)} + \frac{B}{(1-x)}$$
$$\Rightarrow 2 = A(1-x) + B(1+x)$$
SI $x=-1$ QUEDA $2 = 2A + B\cdot 0 \Rightarrow \boxed{A=1}$
SI $x=1$ QUEDA $2 = A\cdot 0 + 2B \Rightarrow \boxed{B=1}$

POR LO TANTO $\displaystyle\int \frac{2dx}{1-x^2} = -\int\frac{dx}{(1+x)} + \int\frac{dx}{(1-x)} = \ln(1-x) - \ln(1+x) + C$
$$= \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) + C$$

QUEDANDO FINALMENTE
$$\boxed{\int \frac{\ln(1-x^2)}{x^2}dx = -\frac{\ln(1-x^2)}{x} + \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) + C}$$

XXV) $\displaystyle\int \frac{dx}{x(\ln(x)+\ln^2(x))}$ NOTAR QUE $\frac{d}{dx}\ln(x) = \frac{1}{x}$ Y ESTE ESTÁ EN LA INTEGRAL, POR LO TANTO, PODEMOS HACER

$$u = \ln(x) \Rightarrow du = \frac{dx}{x}$$

QUEDANDO $\displaystyle\int\frac{dx}{x(\ln(x)+\ln^2(x))} = \int\frac{du}{u+u^2} = \int\frac{du}{u(u+1)}$ AHORA FRACCIONES PARCIALES

$$\frac{1}{u(u+1)} = \frac{A}{u} + \frac{B}{u+1} \Rightarrow 1 = A(u+1) + Bu$$
USANDO $u=0 \Rightarrow \boxed{1=A}$
USANDO $u=-1 \Rightarrow 1 = A\cdot 0 - B \Rightarrow \boxed{B=-1}$

QUEDANDO FINALMENTE
$$\int\frac{dx}{x(\ln(x)+\ln^2(x))} = \int\frac{du}{u(u+1)} = \int\frac{du}{u} - \int\frac{du}{u+1} = \ln(u) + \ln(u+1) + C$$
$$= \boxed{\ln(\ln(x)) + \ln(\ln(x)+1) + C}$$

XXVII) $\int \frac{\sin(x)}{1+\cos^2(x)} dx$ SIMILAR AL VIII, VEAMOS SI PODEMOS HACER ALGO SIMILAR, LO IMPORTANTE ES VER QUE LA DERIVADA DEL DENOMINADOR ESTÁ EN CIERTO SENTIDO EN EL NUMERADOR, NO PODEMOS USAR $u = 1+\cos^2(x)$, PERO SÍ $u = \cos(x)$ EN DONDE

SI $u = \cos(x) \Rightarrow du = -\sin(x)dx$

$$\Rightarrow \int \frac{\sin(x)\,dx}{1+\cos^2(x)} = -\int \frac{du}{1+u^2} = -\operatorname{arctg}(u) + C$$

$$\Rightarrow \boxed{\int \frac{\sin(x)}{1+\cos^2(x)} dx = -\operatorname{arctg}(\cos(x)) + C}$$

XXVIII) $\int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx$ CLARAMENTE NOS MOLESTA $\operatorname{arctg}(x)$, USEMOS $u = \operatorname{arctg}(x) \Rightarrow du = \frac{dx}{1+x^2}$

NOS QUEDA $\int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx = \int e^u du = e^u + C = \boxed{e^{\operatorname{arctg}(x)} + C}$

XXVIII) $\int \frac{dx}{x^2+2x+3}$ NOTEMOS QUE x^2+2x+3 NO LO PODEMOS FACTORIZAR, POR ESO COMPLETEMOS CUADRADO

$$x^2+2x+3 = (x^2+2x+1)+2 = (x+1)^2+2$$

$$\Rightarrow \int \frac{dx}{(x+1)^2+2} = \frac{1}{2}\int \frac{dx}{\left(\frac{x+1}{\sqrt{2}}\right)^2+1}$$

USANDO $u = \frac{x+1}{\sqrt{2}}$

$du = \frac{dx}{\sqrt{2}} \Rightarrow dx = \sqrt{2}\,du$

$$\Rightarrow \int \frac{dx}{(x+1)^2+2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\int \frac{du}{u^2+1} = \frac{\sqrt{2}}{2}\operatorname{arctg}(u) + C$$

$$\Rightarrow \boxed{\int \frac{dx}{x^2+2x+3} = \frac{\sqrt{2}}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{x+1}{\sqrt{2}}\right) + C}$$

¡XXX| $\int \frac{cotg(x)\,dx}{ln(sin(x))}$ NOTAR QUE: $cotg(x) = \frac{1}{tg(x)} = \frac{cos(x)}{sin(x)}$

AHORA SI $u = ln(sin(x))$

$\Rightarrow du = \frac{1}{sin(x)} \cdot cos(x)\,dx = cotg(x)\,dx$

QUEDANDO $\int \frac{cotg(x)}{ln(sin(x))}dx = \int \frac{du}{u} = ln(u) + C = \boxed{ln(ln(sin(x))) + C}$

XXX| (FINALMENTE!!! ESTOY A LITTLE BIT ABURRIDO DE INTEGRAR ¬¬)

$\int \frac{sin(x) \cdot cos(x)}{\sqrt{1+sin(x)}}dx$ PROBEMOS USANDO $u = 1+sin(x)$
$du = cos(x)\,dx$

QUEDA

$\int \frac{sin(x)\,cos(x)}{\sqrt{1+sin(x)}}dx = \int \frac{(u-1)\,du}{\sqrt{u}} = \int \frac{u}{\sqrt{u}}du - \int \frac{du}{\sqrt{u}}$

$= \int \sqrt{u}\,du - \int \frac{du}{\sqrt{u}} = \frac{2}{3}u^{3/2} - 2\sqrt{u} + C$

$\Rightarrow \int \frac{sin(x) \cdot cos(x)}{\sqrt{1+sin(x)}}dx = \boxed{\frac{2}{3}(1+sin(x))^{3/2} - 2\sqrt{1+sin(x)} + C}$