Pauta Control 5 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Lunes 28 de Octubre, 2013

Tiempo : 15 **minutos .**

Nombre:

Elija sólo un problema.

1. Determine la derivada de g y evaluar la derivada en $a = ln\left(\sqrt{\frac{7\pi}{6}}\right)$, donde

$$g(x) = \frac{ln(cos(e^{2x} - \pi))}{cos(e^{2x} - \pi)}$$

Solución:

El cálculo de la derivada de g lo haremos por etapas.

Sea $g(x) = \frac{h(x)}{k(x)} = \frac{ln(cos(e^{2x}-\pi))}{cos(e^{2x}-\pi)}$, luego:

$h'(x) = \frac{1}{cos(e^{2x}-\pi)} \cdot -sen(e^{2x} - \pi) \cdot 2e^{2x}$

$k'(x) = -sen(e^{2x} - \pi) \cdot 2e^{2x}$.

$$\boxed{\text{2 puntos.}}$$

Por lo tanto,

$$g'(x) = \frac{h'(x) \cdot k(x) - h(x) \cdot k'(x)}{k^2(x)}$$

$$g'(x) = \frac{-sen(e^{2x} - \pi) \cdot 2e^{2x} + ln(cos(e^{2x} - \pi)) \cdot sen(e^{2x} - \pi) \cdot 2e^{2x}}{cos^2(e^{2x} - \pi)}$$

$$\boxed{\text{2 puntos.}}$$

Evaluando algunos términos en $a = ln\left(\sqrt{\frac{7\pi}{6}}\right)$, tenemos que:

$e^{2a} = e^{2ln\left(\sqrt{\frac{7\pi}{6}}\right)} = \frac{7\pi}{6}, \Rightarrow \ cos(e^{2a} - \pi) = cos(\pi/6) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
y $\ sen(\pi/6) = 1/2$, es decir,

$$g'(a) = \frac{-\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{7\pi}{6} + 2 \cdot \frac{7\pi}{6} \cdot ln(\sqrt{3}/2) \cdot \frac{1}{2}}{3/4} = \frac{14}{9}\pi(ln(\sqrt{3}/2) - 1).$$

$\boxed{\text{2 puntos.}}$

2. Resolver la siguiente integral indefinida:

$$\int \frac{ln(1 + e^{2x})}{e^x}\, dx$$

Solución:

Aplicaremos método de integración por parte:

Sea $\ u = ln(1+e^{2x}) \ \Rightarrow \ du = \frac{2e^{2x}}{1+e^{2x}}dx$ y $\ dv = e^{-x}dx \ \Rightarrow \ v = -e^{-x}$, luego,

$\boxed{\text{2 puntos.}}$

$I = \int \frac{ln(1+e^{2x})}{e^x}\, dx = -e^{-x}ln(1 + e^{2x}) + 2\int \frac{e^x}{1+e^{2x}}\, dx$

$\boxed{\text{1 punto.}}$

En esta última integral aplicaremos método de sustitución simple.

Sea $\ u = e^x \ \Rightarrow \ du = e^x dx$, quedando,

$\boxed{\text{1 punto.}}$

$I = -e^{-x}ln(1+e^{2x})+2\int \frac{du}{1+u^2}\, du = -e^{-x}ln(1+e^{2x})+2\, arctg(e^x)+C.$

$\boxed{\text{2 puntos.}}$