

Guia 3 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Octubre, 2013

1. Aproximar la integral definida utilizando la regla de trapecios y la regla de Simpson con $n = 4$.

a) $\int_0^2 \sqrt{1+x^3} dx$.

b) $\int_0^1 \sqrt{x} \sqrt{1-x} dx$.

c) $\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \text{sen}(x^2) dx$.

d) $\int_3^{3,1} \cos(x^2) dx$.

e) $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{1+x^3}} dx$.

f) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{x} \text{sen}(x) dx$.

g) $\int_0^{\pi} f(x) dx$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(x)}{x}, & \text{si } x > 0 \\ 1, & \text{si } x = 0 \end{cases}$

2. La regla de los trapecios y la regla de Simpson producen aproximaciones de una integral definida $\int_a^b f(x) dx$ basadas en aproximaciones polinomiales de f . ¿Qué grado de polinomio se usa para cada una?.
3. Describir la dimensión del error cuando la regla de los trapecios se utiliza para aproximar $\int_a^b f(x) dx$ y $f(x)$ es una función lineal. Explicar el resultado con una gráfica.
4. Emplee la regla de Simpson y de los trapecios con $n = 10$ y estime los errores respectivos, para las siguientes integrales.

a) $\int_1^3 2x^3 dx$.

b) $\int_3^5 (5x+2) dx$.

- c) $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx.$
- d) $\int_2^4 \frac{1}{(1-x)^2} dx.$
- e) $\int_0^\pi \cos(x) dx.$
- f) $\int_0^1 \text{sen}(\pi x) dx.$

5. Utilizar las fórmulas del error con las reglas de los Trapecios y de Simpson para encontrar n tal que el error en la aproximación de la integral definida sea menor que 10^{-5} :

- a) $\int_1^3 \frac{1}{x} dx.$
- b) $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx.$
- c) $\int_0^2 \sqrt{x+2} dx.$
- d) $\int_0^1 \cos(\pi x) dx.$

6. Considerar una función $f(x)$ que es cóncava hacia arriba en el intervalo $[0, 2]$ y la función $g(x)$ que es cóncava hacia abajo sobre $[0, 2]$.

(a) Usando regla Trapezoidal, ¿Qué integral sería sobre estimada? ¿Qué integral sería subestimada?. Usar $n = 4$. Usar gráficas para explicar su respuesta.

(b) ¿Qué regla aplicaría respectivamente para obtener una mejor aproximación de la integral?.

7. Calcular con $n = 4$. Aplique valores aproximados de $f(x_k)$ que tengan una precisión de cuatro decimales y redondee las respuestas a dos decimales

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx$$

- a) Calcular utilizando la regla del Trapecio con el valor de n indicado
- b) Calcular utilizando la regla de Simpson con el valor de n indicado.

8. Calcular con $n = 6$. Aplique valores aproximados de $f(x_k)$ que tengan una precisión de cuatro decimales y redondee las respuestas a dos decimales

$$\int_1^{\frac{5}{2}} \sqrt[3]{x^2 + 8} dx$$

- a) Calcular utilizando la regla del Trapecio con el valor de n indicado
- b) Calcular utilizando la regla de Simpson con el valor de n indicado.

9. Calcular

$$\int_1^2 \frac{x^3}{1 - x^{\frac{1}{2}}} dx$$

- a) Integrandolo por el método del trapecio.
- b) Integrandolo por el método de simpson $\frac{1}{3}$.
- c) Integrandolo por el método de simpson $\frac{3}{8}$.

10. Se pretende aplicar la regla de Simpson a la integral

$$\int_1^2 \frac{dt}{t}$$

11. Aproximar mediante las reglas del trapecio y de Simpson el valor de la integral,

$$\int_0^b (2x^3 - 1) dx$$

Comparar los valores aproximados con el valor exacto. Se podrá haber predicho alguno de los errores?.

Utilizando la regla del trapecio compuesta para aproximar la integral; Qué número de intervalos seria suficiente para que el error, en valor absoluto, fuese menor que 10^{-2} .

12. Aproximar mediante las reglas del trapecio y de Simpson el valor de la integral,

$$\int_0^b (3x^2 - 1) dx$$

Utilizando la regla del trapecio compuesta para aproximar la integral; Qué número de intervalos seria suficiente para que el error, en valor absoluto, fuese menor que 10^{-2} .

13. Calcular

a) $\int \tan^3 x \sec^2 x dx$

b) $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

c) $\int \frac{x^2}{\sqrt[4]{(x^3+1)^7}} dx$

d) $\int \frac{2x-3}{4x^2-12x+1} dx$

e) $\int x \sin(x^2) \cos(x^2) dx$

f) $\int \frac{ae^x+b}{ae^x-b} dx$

g) $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

h) $\int x^4 \sqrt{1-x^2} dx$

i) $\int \frac{1}{x^4+4} dx$

j) $\int \frac{x^2 \arctan x}{1+x^2} dx$

k) $\int \frac{1}{\sqrt{4x-3-x^2}} dx$

l) $\int \frac{2x+1}{2x^2+x+1} dx$

m) $\int \frac{1}{x^6-1} dx$

14. Aproxima el valor de las siguientes integrales definidas por los métodos del trapecio y de Simpson, tomando para todos los casos el mismo valor de $h = 0,1$. Calcula el error que se comete en cada caso en relación con el valor exacto que se proporciona.

a) $\int_0^2 3x^2 dx = 8$

b) $\int_{-1}^1 (x + 2x^2 - x^3 + 5x^4) dx = 3,3333$

c) $\int_1^2 \frac{2x+1}{x-x} dx = 1,09861$

d) $\int_2^3 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx = 0,828427$

e) $\int_1^2 \frac{1}{1+x^2} dx = 0,785398$