Control 1 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Lunes 23 de Septiembre, 2013

Tiempo : 15 **minutos .**

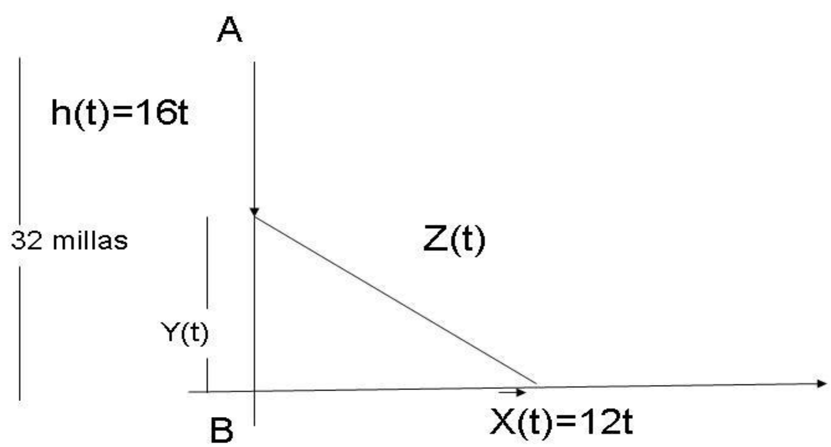
Nombre:

Elija sólo un problema.

1. El barco A navega hacia el sur a 16 millas/hora, y el barco B, situado a 32 millas al sur de A, navega hacia el este a 12 millas/hora. ¿A qué razón se acercan o separan al cabo de 1 hora?

   Solución:

   Figura:

   $\boxed{\text{0.5 puntos.}}$

   Sean: $x = x(t)$ el desplazamiento horizontal hacia el este del barco B. $y = y(t)$ la distancia del barco A al punto original del barco B(ubicado en el (0,0)), que originalmente es de 32 millas.

   Después de t minutos, la distancia del barco A al origen es de $y(t) = 32 - h(t)$, y sea $z = z(t)$ la distancia que separa a ambos barcos.

   Además, $\frac{dh}{dt} = 16$ millas por hora y $\frac{dx}{dt} = 12$ millas por hora.

$\boxed{\text{1.5 puntos.}}$

Por pitágora tenemos que: $y^2 + x^2 = (32 - h)^2 + x^2 = z^2$.

$\boxed{\text{1 punto.}}$

Derivando de manera implícita respecto del tiempo tenemos:

$2(32 - h) \cdot -\frac{dh}{dt} + 2x \cdot \frac{dx}{dt} = 2z\frac{dz}{dt}$.

$\boxed{\text{1 punto.}}$

Por otra parte, al cabo de una hora se tiene:

$y(1) = 32 - h(1) = 32 - 16 = 16,\ \ x(1) = 12$ y $z(1) = 20$.

$\boxed{\text{1 punto.}}$

Por lo tanto,

$20 \cdot \frac{dz}{dt} = 16 \cdot -16 + 12 \cdot 12, \ \Rightarrow \ \frac{dz}{dt} = -\frac{56}{10} = -5,6$ millas por hora, dado que nos dió negativa la derivada, nos indica que en $t = 1$ se acercan los barcos.

$\boxed{\text{1 punto.}}$

2. Utilice aproximación Afín para estimar $cos(2)$.

   Nota: El ángulo dado está expresado en radianes y $\frac{\pi}{2} < 2 < \frac{2\pi}{3}$.

   Solución:

   Utilizando una aproximación de $\pi \approx 3,14$ tenemos que el valor $\frac{2\pi}{3}$ es más próximo a 2, el cual utilizaremos para realizar la aproximación (no obstante si se utiliza el otro valor también se considera correcto el proceso).

   $\boxed{\text{1 punto.}}$

   Sea $f(x) = cos(x)$, el objetivo es aproximar el valor de $cos(2)$ utilizando la aproximación afín:

   $f(x) \approx L(x) = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$, en este caso $x_0 = \frac{2\pi}{3}$.

$\boxed{\text{1 punto.}}$

Luego, $f'(x) = -sen(x)$, $f'(x_0) = f'(\frac{2\pi}{3}) = -sen(2\pi/3) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ y $f(x_0) = cos(x_0) = cos(\frac{2\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$.

$\boxed{\text{1 punto.}}$

Por lo tanto la función afín nos queda:
$L(x) = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) = -\frac{\sqrt{3}}{2}(x - 2\pi/3) - \frac{1}{2}$.

$\boxed{\text{2 puntos.}}$

Finalmente, $f(2) = cos(2) \approx L(2) = -\frac{\sqrt{3}}{2}(2 - 2\pi/3) - \frac{1}{2}$.

$\boxed{\text{1 punto.}}$