

Control 11 de Matemáticas 1

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Lunes 05 de Agosto, 2013

Tiempo : 15 minutos .

Nombre:

Elija sólo un problema.

1. Aplique reglas de derivación para obtener $f'(0)$, donde

$$f(x) = \frac{(x+1)\sqrt{x^2+1}}{(x^3+1)^5+3}$$

Solución:

Para facilitar el proceso llamaremos:

$$g(x) = (x+1)\sqrt{x^2+1} \text{ y } h(x) = (x^3+1)^5+3, \text{ de esta manera } f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}.$$

Para calcular $f'(0)$, debemos primero calcular la derivada de f aplicando regla del cociente, la cual involucra la derivada de g y h .

$$\text{Para, } g(x) = (x+1)\sqrt{x^2+1} \Rightarrow g'(x) = \sqrt{x^2+1} + (x+1) \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}$$

y

$$h(x) = (x^3+1)^5+3 \Rightarrow h'(x) = 5(x^3+1)^4 \cdot 3x^2.$$

2 puntos.

Luego

$$f'(x) = \frac{g'(x) \cdot h(x) - g(x) \cdot h'(x)}{(h(x))^2}$$

1 punto.

$$\Rightarrow f'(0) = \frac{g'(0) \cdot h(0) - g(0) \cdot h'(0)}{(h(0))^2}$$

1 punto.

Evaluando cada función tenemos:

$$g'(0) = 1 + 0 = 1, \quad h(0) = 4, \quad g(0) = 1, \quad h'(0) = 0,$$

1 punto.

Por lo tanto,

$$f'(0) = \frac{1 \cdot 4 - 1 \cdot 0}{4^2} = \frac{4}{4^2} = \frac{1}{4}.$$

1 punto.

2. Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en $x = 1$, donde

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^4 + 1} - 1}{x^2 + 1}$$

Solución:

La recta tangente a la gráfica de f en $x = 1$ está dada por:

$$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$$

Necesitamos calcular $f(1)$ y $f'(1)$.

$$f(1) = \frac{\sqrt{2}-1}{2}.$$

1 punto.

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x^4+1}} \cdot 4x^3 \cdot (x^2 + 1) - (\sqrt{x^4 + 1} - 1) \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2}.$$

3 puntos.

$$\Rightarrow f'(1) = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot 2 - (\sqrt{2}-1) \cdot 2}{2^2} = \frac{1}{2}.$$

1 punto.

Por lo tanto la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en $x = 1$ está dada por:

$$y - \left(\frac{\sqrt{2} - 1}{2} \right) = \frac{1}{2}(x - 1).$$

1 punto.