Control 10 de Matemáticas 1

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Lunes 29 de Julio, 2013

Tiempo : 15 **minutos .**

Nombre:

Elija sólo un problema.

1. Dadas f y g funciones continuas en un punto $x = a$. Se define $h(x) = \frac{f(x)+g(x)+|f(x)-g(x)|}{2}$. Demostrar que h es una función continua en $x = a$

   En efecto:

   Como f y g funciones continuas en un punto $x = a$, tenemos que suma y resta de funciones continuas es continua en $x = a$.

   $\boxed{\textbf{2 puntos.}}$

   Además la función valor absoluto es continua,

   $\boxed{\textbf{1.5 puntos.}}$

   así, el valor absoluto de una diferencia de funciones continuas en $x = a$ es continua en $x = a$

   $\boxed{\textbf{1.5 puntos.}}$

   Finamente como h es la composición de funciones continuas en $x = a$, esta es continua en $x = a$.

   $\boxed{\textbf{1 punto.}}$

2. Sea $f : [1/2; +\infty[\to \mathbb{R}$ definida por: $f(x) = \sqrt{2x-1}$. Demostrar usando la definición que la derivada de f es: $\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$.

En efecto:

La definición de $f'(x)$ está dada por:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{2(x+h)-1}-\sqrt{2x-1}}{h}.$$

$$\boxed{\textbf{2 puntos.}}$$

Dicho límite lo resolveremos racionalizando, obteniendo:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{2(x+h)-1}-\sqrt{2x-1}}{h} \cdot \frac{\sqrt{2(x+h)-1}+\sqrt{2x-1}}{\sqrt{2(x+h)-1}+\sqrt{2x-1}}$$

$$\boxed{\textbf{2 puntos.}}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{(2(x+h)-1)-(2x-1)}{h\cdot(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})} = \lim_{h\to 0} \frac{2h}{h\cdot(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})} = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$$

$$\boxed{\textbf{2 puntos.}}$$