

Control 8 de Matemáticas 1

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Lunes 13 de Mayo, 2013

Tiempo : 20 minutos .

Nombre:

Elija sólo un problema.

1. Usted se desea comprar un auto y tiene dos opciones. El primero tiene un valor de 15 millones, usa gasolina de 97 octanos, el valor del litro es de \$700 y consume 8 litros cada 10 *km*. El segundo cuesta 15 millones, usa gasolina de 95 octanos , el valor del litro es de \$600 y consume 6 litros cada 10 *km*.

(a) Modele el costo total de cada auto, en función de los kilómetros recorridos.

Solución:

Sea x = número de kilómetros recorridos.

El costo total del primer modelo (97 octanos) es:

$$C_1(x) = 15000000 + \frac{8}{10} \cdot 700 x = 15000000 + 560x, \quad x \geq 0.$$

1.5 puntos.

y para el segundo modelo (95 octanos) es:

$$C_1(x) = 15000000 + \frac{6}{10} \cdot 600 x = 15000000 + 360x, \quad x \geq 0.$$

1.5 puntos.

(b) Graficar cada modelo e indique a partir de qué kilometraje resulta más rentable uno u otro modelo.

Solución:

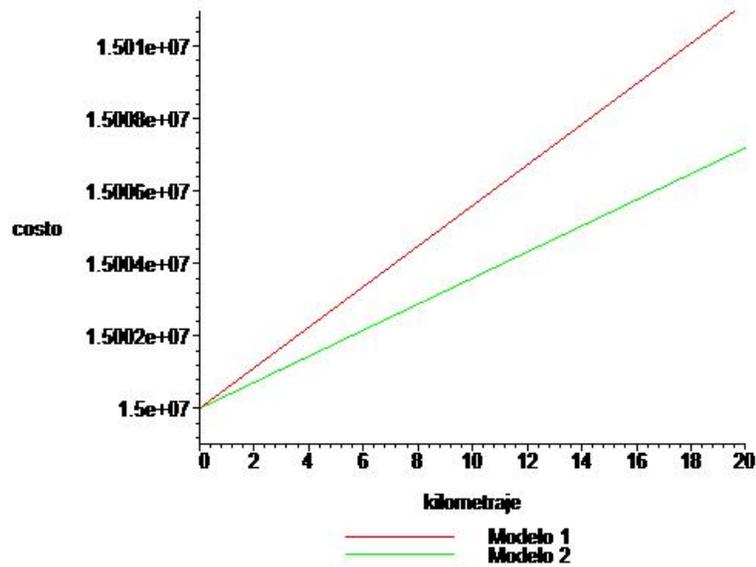


Figura 1: Gráfico

2 puntos.

Dado que ambos modelos tienen el mismo coeficiente de posición el cual representa el costo inicial (15 millones) y la pendiente del segundo modelo es menor que el primero se tiene que el segundo modelo es más conveniente, lo cual se visualiza en el gráfico.

1 punto.

2. Se construye un rectángulo, de modo que sus vértices se encuentran: en el origen del plano cartesiano, en el eje X positivo, en el eje Y positivo y sobre la recta $2x + y - 15 = 0$, respectivamente.

El área del rectángulo en función del lado x contenido en el eje X está modelada por:

$$A : [0, 15/4] \rightarrow [0, 225/8] \text{ definida por: } A(x) = -2x^2 + 15x.$$

- (a) Encuentre la función que modela la longitud del lado x del rectángulo en función del área de este.

Solución:

Para determinar x en función de A , primero haremos completación de cuadrados:

$$A = -2x^2 + 15x = -2\left[x^2 - \frac{15}{2}x\right] = -2\left[x - \frac{15}{4}\right]^2 + \frac{15^2}{8}.$$

$$\Leftrightarrow \left[x - \frac{15}{4}\right]^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{15^2}{8} - A\right] = \frac{15^2}{16} - \frac{A}{2}.$$

1.5 puntos.

Dado que $x \in [0, 15/4]$, es decir $x - \frac{15}{4} < 0$.

$$\text{Tenemos que: } x = -\sqrt{\frac{15^2}{16} - \frac{A}{2}} + \frac{15}{4}, \quad A \in [0, 225/8].$$

1.5 puntos.

(b) Encuentre las dimensiones del rectángulo cuya área es de $13(u^2)$.

Solución:

Primero calculemos la longitud del lado x , reemplazando $A = 13$ en la función obtenida en la parte (a), es decir,

$$x = -\sqrt{\frac{15^2}{16} - \frac{13}{2}} + \frac{15}{4} = -\sqrt{\frac{121}{16}} + \frac{15}{4} = 1.$$

1 punto.

Sea y el otro lado del rectángulo, luego $x \cdot y = 1 \cdot y = 13 \Rightarrow y = 13$.

1 punto.

Por lo tanto las dimensiones del rectángulo son: $x = 1$, $y = 13$.

1 punto.