Control 7 de Matemáticas 1

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Lunes 06 de Mayo, 2013

Tiempo : 15 **minutos .**

Nombre:

Elija sólo un problema.

1. Dada la función $f : [1, +\infty[\to \mathbb{R}$ definida por: $f(x) = 2(x-1)^2 + 7$. Demuestre que f es una función Inyectiva.

   En efecto:

   Sean $a, b \in [1, +\infty[$, luego

$$
\begin{array}{lrcl}
 & f(a) & = & f(b) \\
\Rightarrow & 2(a-1)^2 + 7 & = & 2(b-1)^2 + 7 \ / -7 \\
\Rightarrow & 2(a-1)^2 & = & 2(b-1)^2 \ / \cdot \dfrac{1}{2} \\
\Rightarrow & (a-1)^2 & = & (b-1)^2 \ /\sqrt{} \\
\Rightarrow & a-1 & = & b-1 \ \text{ ya que } a, b \in [1, +\infty[\\
\Rightarrow & a-1 & = & b-1 \ / +1 \\
\Rightarrow & a & = & b.
\end{array}
$$

$$\boxed{\textbf{1 punto cada paso.}}$$

   Por lo tanto f es inyectiva.

2. Sean $f:\mathbb{R}-\{1\}\to\mathbb{R}$ definida por: $f(x)=1+\frac{1}{x-1}$, y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por: $g(x)=|x|$.

(a) Determine $(fog)(x)$, e indique su dominio (dominio máximo).

Solución:

$(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(|x|)=1+\frac{1}{|x|-1}$.

$\boxed{\textbf{1.5 puntos.}}$

$Dom(f\circ g)=\mathbb{R}-\{1,-1\}$.

$\boxed{\textbf{1.5 puntos.}}$

(b) Esbozar el gráfico de $(fog)(x)$, e indique en que intervalos es creciente y donde es decreciente.

En efecto:

Si $x>0$ pero distinto de 1, $f(x)=1+\frac{1}{x-1}$.

Si $x<0$ pero distinto de -1, $f(x)=1-\frac{1}{x+1}$.

Luego el gráfico de f queda de la forma:

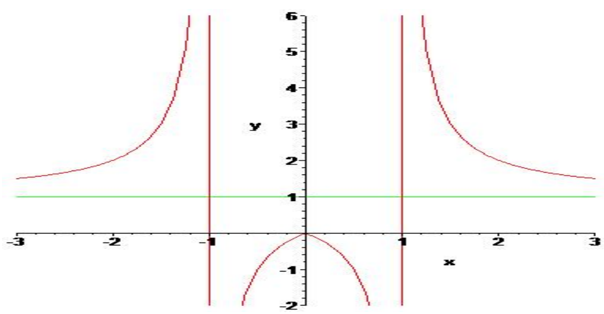

Figura 1: Gráfico

$\boxed{\textbf{2 puntos.}}$

Por lo tanto f es creciente en: $]-\infty,-1[\cup]-1,0[$ y f es decreciente en: $]0,1[\cup]1,+\infty[$.

$\boxed{\textbf{1 punto.}}$