

Control 12 de Matemáticas 1

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Lunes 12 de Agosto, 2013

Tiempo : 15 minutos .

Nombre:

Elija sólo un problema.

1. Sea $f : \mathbb{R} - \{-2, 4\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por: $f(x) = \frac{30}{(x-4)(x+2)}$. Aplique el cálculo diferencial para determinar en que intervalos f es creciente y en que intervalos f es decreciente.

Solución:

Escribamos $f(x) = 30(x^2 - 2x - 8)^{-1}$, luego su derivada es:

$$f'(x) = -30(x^2 - 2x - 8)^{-2}(2x - 2) = \frac{-30 \cdot 2(x-1)}{(x^2 - 2x - 8)^2} = \frac{-60(x-1)}{(x+2)^2(x-4)^2}$$

3 puntos.

Así, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$, además $(x+2)^2(x-4)^2 > 0$

1 punto.

Luego es signo de f' depende sólo si $x - 1$ es menor o mayor que cero.

1 punto.

Por lo tanto f es creciente para $x \in]-\infty, 1[-\{-2\}$ y f es decreciente si $x \in]1, +\infty[-\{4\}$.

1 punto.

2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por: $f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x^2+15}}$. Aplique el cálculo diferencial para determinar en qué intervalos f es cóncava hacia arriba y en que intervalos f es cóncava hacia abajo.

Solución:

$$f'(x) = \frac{4\sqrt{x^2+15} - 4x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2+15}}}{x^2+15} = \frac{4(x^2+15) - 4x^2}{(x^2+15)\sqrt{x^2+15}} = \frac{60}{(x^2+15)\sqrt{x^2+15}}$$

$$f'(x) = \frac{60}{(x^2+15)^{3/2}}$$

1.5 puntos.

$$f''(x) = 60 \cdot \frac{-3}{2}(x^2+15)^{-5/2} \cdot 2x = \frac{-180x}{(x^2+15)^{5/2}}$$

1.5 puntos.

Luego, $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$, además $x^2 + 15 > 0$

1 punto.

Así, el signo de $f''(x)$ depende de x . Por lo tanto f es cóncava hacia arriba si $x \in]-\infty, 0[$ y f es cóncava hacia abajo si $x \in]0, +\infty[$.

2 puntos.