

# Guia 1 de Matemáticas 1

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Marzo, 2013

## *Lógica y Conjuntos*

1. Sea  $P$ ,  $Q$  y  $R$  las siguientes proposiciones:

$P =$  "Juan llega demasiado pronto"

$Q =$  "María llega demasiado pronto"

$R =$  "El jefe se molesta"

Traduzca las siguientes oraciones a notación lógica utilizando las letras  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  y los conectivos lógicos.

- a) Si Juan llega demasiado pronto ó María demasiado tarde, entonces el jefe se molesta.
  - b) Si María llega demasiado tarde, entonces Juan no llega demasiado pronto.
  - c) O el jefe se molesta ó María no llega demasiado tarde .
  - d) María llega demasiado tarde, Juan llega demasiado pronto y el jefe se molesta.
  - e) Si el jefe no se molesta, entonces Juan no llega demasiado pronto y María no llega demasiado tarde.
  - f) O María no llega demasiado tarde o Juan llega demasiado pronto.
  - g) Si María no llega demasiado tarde y Juan no llega demasiado pronto, entonces el jefe no se molesta.
2. Traduzca cada una de las siguientes oraciones a notación lógica de manera análoga a lo hecho en el ejercicio 1(introduzca las letras que le haga falta).
- a) El número de cédula de Genaro es menor que 5 millones o es mayor que seis millones.
  - b) Alejandra está comiendo, bebiendo y divirtiéndose.
  - c) El gordo Alberto vive para comer y come para vivir.
  - d) O yo estoy equivocado, o la pregunta número uno es cierta y la pregunta número dos es falsa.

- e) Si el libro cuesta más de \$20000, entonces Ramón no podrá comprarlo.
- f) Si el número en la pantalla es menor que cuatro o mayor que diez, entonces no es igual a seis.
3. Niegue las siguientes proposiciones:
- a) Ganaremos el primer partido o el segundo.
- b)  $5 \geq 3$ .
- c) Las rosas son rojas y las margaritas amarillas.
- d) Alejandra quiere comer fruta pero no helado.
- e) Si  $2^{10} < 3^5$ , entonces  $10^{10} < 15^5$ .
4. Proporcione la recíproca y la contrapositiva de cada una de las siguientes proposiciones.
- a) Si soy listo, entonces soy rico.
- b) Si  $2 + 2 = 4$ , entonces  $2 + 4 = 8$ .
- c) Si Juan llega demasiado pronto ó María demasiado tarde, entonces el jefe se molesta.
5. Represente en forma simbólica los siguientes razonamientos y determine si son válidos. Si lo es, halle una derivación y en caso contrario explique por qué no es válido hallando valores de verdad que hagan verdaderas a todas las premisas pero falsa a la conclusión.
- a) Si gana Beatríz o Alicia, entonces pierden tanto Luisa como Carmen. Beatríz gana. Por lo tanto, pierde Juana.
- b) Si Bolívar fué asesinado, entonces Bolívar murió. Bolívar murió. Por lo tanto, Bolívar fué asesinado.  
Si Jaime está equivocado, entonces Luis también se equivoca. Si Luis está equivocado, entonces esta noche no es el espectáculo. Pero esta noche es el espectáculo ó José se quedará trabajando. María no se equivoca. Por lo tanto, José se quedará trabajando.
- c) Si el cajero o el contador hubieran apretado el botón de alarma, la bóveda se habría cerrado automáticamente y la policía habría llegado en tres minutos. Si la policía hubiera llegado en tres minutos, habría podido alcanzar el automóvil de los ladrones. Pero, no pudo alcanzar el automóvil de los ladrones. Por lo tanto, el cajero no apretó el botón de alarma.
6. Dé una lista completa de los elementos de cada uno de los siguientes conjuntos:
- a)  $\{x \in \mathbb{N} : 3 \leq x < 9\}$ .

- b)  $\{\frac{1}{n^2} : n \in \mathbb{N}, n \text{ es par}, 0 < n < 11\}$ .  
 c)  $\{z \in \mathbb{Q} / 0 \leq z^2 \leq 10, z^3 \in \mathbb{N}\}$ .

7. Determine si los conjuntos A y B son iguales.

- a)  $A = \{2n^2 / n \in \mathbb{N} \text{ y } 0 \leq n \leq 3\}$  y  $B = \{2, 0, 8, 18\}$ .  
 b)  $A = \{n^2 + 1 / n \in \mathbb{N} \text{ y } 0 \leq n \leq 3\}$  y  
 $B = \{x \in \mathbb{Q} / x = n^2 + 1, \text{ para algún } n \in \mathbb{Q} \text{ con } 0 \leq n \leq 3\}$ .

8. Para cada uno de los siguientes conjuntos halle una propiedad que sirva para definirlos por comprensión:

- a)  $\{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, \}$ .  
 b)  $\{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, \}$ .  
 c)  $\{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \}$ .  
 d)  $\{7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, \}$ .

9. Determine al menos un elemento de cada uno de los siguientes conjuntos:

- a)  $\{x \in \mathbb{N} / \exists z \in \mathbb{N} (z \geq 2, z < x \text{ y } z \text{ divide a } x)\}$   
 b)  $\{x \in \mathbb{N} / \exists z \in \mathbb{N} (2z, \text{ divide a } x)\}$   
 c)  $\{x \in \mathbb{R} / \forall y \in \mathbb{R} (y > 0, \Rightarrow xy > 0)\}$

10. Considere los siguientes conjuntos.

$$A = \{x \in \mathbb{N} / \text{Si } x \geq 9, \text{ entonces } x \text{ es impar}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} / \text{Si } x + 5 \geq 10, \text{ entonces } x \leq 20\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 10, \text{ y } x \geq -8\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -7, \text{ o } x \geq 22\}$$

Determine cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas.

- a)  $5 \in A$ .                      d)  $16 \in B$ .                      g)  $35 \in D$ .  
 b)  $10 \in A$ .                      e)  $9 \in C$ .  
 c)  $6 \in B$ .                      f)  $-\frac{15}{2} \in C \cap D$ .                      h)  $7 \in (B \cap D) \cup A$ .