Pauta Control 9 de Matemáticas 1

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Jueves 26 de Mayo, 2011

Tiempo : 15 **minutos .**

Nombre:

Elija sólo un problema.

1. Sea $f : (0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x + xcos(x)$. Demuestre que f es una función positiva.

   Solución:

   Sabemos que para todo $x \in \mathbb{R}$, $-1 \leq cos(x) \leq 1$

   $$\boxed{\text{2 puntos.}}$$

   entonces se tiene que si $x \in (0, +\infty)$

   $$-x \leq xcos(x) \leq x$$

   $$\boxed{\text{2 puntos.}}$$

   Esto último es equivalente a decir que

   $$0 \leq x + xcos(x) \leq 2x$$

   $$\boxed{\text{2 puntos.}}$$

   Por tanto para todo $x \in (0, +\infty)$, $f(x) \geq 0$.

2. Demuestre la siguiente identidad trigonométrica

   $$\operatorname{sen}^2(x) + \tan^2(x) = \frac{1 - \cos^4(x)}{\cos^2(x)}$$

   Solución:

   $$\begin{aligned}
   \operatorname{sen}^2(x) + \tan^2(x) &= sen^2(x) + \frac{sen^2(x)}{cos^2(x)} \\
   &= \frac{sen^2(x)cos^2(x) + sen^2(x)}{cos^2(x)}
   \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{2 puntos.}}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{sen^2(x)(cos^2(x)+1)}{cos^2(x)} \\
&= \frac{(1-cos^2(x))(cos^2(x)+1)}{cos^2(x)}
\end{aligned}
$$

$$\boxed{\text{2 puntos.}}$$

$$= \frac{1-\cos^4(x)}{\cos^2(x)}$$

$$\boxed{\text{2 puntos.}}$$