

# Primera Guia de Matemáticas 1

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Marzo, 2012

1. Determine cuales de las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. En caso de ser verdadera lo demuestra y en caso de ser falsa muestre un contraejemplo.
  - a) La suma de los primeros  $n$  números naturales es el semi-producto entre  $n$  y su sucesor.
  - b) La suma de un número natural y su cuadrado es un número par.
  - c) La suma de los primeros  $n$  números impares es igual al  $n$ -ésimo cuadrado.
  - d) El número  $n^2 + n + 1$  es un número primo independiente del valor que tome  $n \in \mathbb{N}$ .
  - e) Un conjunto con  $n$  elementos tiene  $2^n$  subconjuntos.
  - f) Si en una fiesta hay  $n$  personas y todos se saludan entre si una sola vez en total hay  $\frac{n(n-1)}{2}$  saludos.
  - g) El número 9 divide  $10^n + 3 \cdot 4^{n+2} + 5$ , para cualquier valor de  $n \in \mathbb{N}$ .
  - h) El número 3 divide  $7^n - 4^n$ , para cualquier valor de  $n \in \mathbb{N}$ .
  - i) Si  $x$  es positivo entonces  $(1 + x)^n \geq 1 + nx$ , para cualquier valor de  $n \in \mathbb{N}$ .
2. Use el simbolo  $\Sigma$  para abreviar las sumas que aparecen y resuelva los problemas.
  - a) Calcule el valor de la suma de los primeros  $n$  cuadrados.

b) Calcule la suma de los primeros  $n$  números pares.

c) Calcule

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110}.$$

d) Calcule

$$1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^n.$$

e) Calcule la suma de los primeros  $n$  cubos.

f) Calcule

$$1 + 1 + x + 1 + x + x^2 + 1 + x + x^2 + x^3 + 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5.$$

g) Un jardinero, Don Ramón, tiene que regar 10 árboles que están dispuestos en una hilera separados entre sí por  $6m$ , Don Ramón regará los árboles con un balde que llenará de una llave que está a  $10m$  del primer árbol. Determine cuánto camina Don Ramón después de regar el último árbol.

h) El abuelo de Carlos le ofrece: *mire Carlitos le daré 500 bolitas, mañana 1000 bolitas, pasado mañana 1500 bolitas, al otro día 2000 bolitas y así sucesivamente 500 bolitas más que el día anterior por dos años, o bien si tu prefieres hoy te doy una bolita, mañana 2 bolitas, pasado 4 bolitas, al otro día 8 bolitas y así sucesivamente el doble de bolitas que el día anterior por mes. Bien Carlitos Qué prefieres?. Si tu fueses Carlos, Cuál de las opciones tomarías?. Justifique.*

i) Dos trenes viajan por la misma línea férrea a  $40km/hr$ , uno en dirección opuesta al otro, cuando los separan  $100km$ , de uno de los trenes sale un juguete volando electrónico a una velocidad de  $80km/hr$ , cuando llega al tren opuesto se devuelve, cuando llega al primero se devuelve al segundo y así sucesivamente hasta que rompe en el choque de los trenes. Qué distancia ha recorrido el juguete cuando llega por centésima vez al primer tren?.