Pauta Control 7 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Martes 3 de Enero, 2012

1. Aplique las propiedades de la integral para demostar que
$$\int_0^1 (\sqrt{1+x^2})dx \leq \int_0^1 (\sqrt{1+x})dx$$

   Solución:

   Para x en $[0,1]$ se tiene que $x^2 \leq x$, lo que implica qu $1+x^2 \leq 1+x$.

   $\boxed{\text{2 puntos.}}$

   Como $f(x) = \sqrt{x}$ es creciente, se tiene que $\sqrt{1+x^2} \leq \sqrt{1+x}$.

   $\boxed{\text{2 puntos.}}$

   Luego por monotonia de la integral
$$\int_0^1 (\sqrt{1+x^2})dx \leq \int_0^1 (\sqrt{1+x})dx$$

   $\boxed{\text{2 puntos.}}$

2. Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ derivable tal que f' es continua. Si $f(1) = 12$ y $\int_1^4 f'(x)dx = 17$, ¿cuál es el valor de $f(4)$?

   Solución:

   Primero notar que f es una primitiva de f'.

   $\boxed{\text{2 puntos.}}$

   Dado que f' es continua en $\mathbb{R}$, en particular lo es en $[1,4]$. Luego por teorema fundamental del calculo, se tiene que
$$\int_1^4 f'(x)dx = f(4) - f(1)$$

   $\boxed{\text{2 puntos.}}$

   Como $f(1) = 12$ y $\int_1^4 f'(x)dx = 17$, se tiene que
$$f(4) = \int_1^4 f'(x)dx + f(1) = 17 + 12 = 29$$

   $\boxed{\text{2 puntos.}}$