4

Funciones polinomiales y racionales

4.1 Funciones cuadráticas
4.2 División de polinomios
4.3 Teorema del residuo y teorema del factor
4.4 Raíces reales de los polinomios
4.5 Raíces complejas y el teorema fundamental del álgebra
4.6 Gráficas de funciones polinomiales de mayor grado
4.7 Método para aproximar las raíces de un polinomio
4.8 Funciones racionales
Conceptos importantes
Ejercicio de repaso

Carl Friedrich Gauss

El siguiente problema mantuvo perplejos a los matemáticos durante siglos. Para un *polinomio* general $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ de grado n halle una fórmula o un procedimiento que incluya sólo un número finito de operaciones aritméticas y extracción de raíces, que exprese los ceros del polinomio en términos de sus coeficientes. Vimos en el capítulo 2 que en el caso de un polinomio de segundo grado ($n = 2$) o *cuadrático*, los ceros de $f(x)$ se expresan en términos de los coeficientes por medio de la fórmula cuadrática. El problema para polinomios de tercer grado ($n = 3$) se resolvió en el siglo XVI a través del trabajo pionero del matemático italiano Nicolo Fontana (1499-1557), también conocido como Tartaglia, el Tartamudo.

Alrededor de 1540, otro matemático italiano, Lodovico Farrari (1522-1565), descubrió primero una fórmula algebraica para determinar los ceros de polinomios de cuarto grado ($n = 4$). Pero en los siguientes 284 años nadie descubrió ninguna fórmula para los ceros de polinomios generales de grados $n = 5$, $n = 6$,... Por una buena razón: en 1824, a la edad de 22 años, el matemático noruego Neils Henrik Abel (1802-1829) probó que era imposible hallar tales fórmulas para los ceros de todos los polinomios generales de grados $n \geq 5$ en términos de sus coeficientes. A través de los años se asumió, pero no se probó, que un polinomio $f(x)$ de grado n tenía *a lo sumo* n ceros. Fue un logro verdaderamente sobresaliente que el matemático alemán Carl Friedrich Gauss (1777-1855) probara en 1799 que todos los polinomios $f(x)$ de grado n tenían *exactamente* n ceros. Como lo veremos en este capítulo, estos ceros pueden ser números reales o complejos.

4.1 Funciones cuadráticas

Funciones polinomiales

En el capítulo 3 graficamos funciones tales como $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = 5x^2 - 4$, y $h(x) = x^3$. Estas funciones, en las cuales la variable de cada término se eleva a una potencia entera no negativa, son ejemplos de **funciones polinomiales.** En general, tenemos la siguiente definición:

DEFINICION 1

Una función f se llama **función polinomial** si

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

donde $a_0, a_1, \ldots, a_n$ son constantes reales y n es un entero no negativo.

Si $a_n \neq 0$, decimos entonces que una función polinomial f tiene **grado** n. El número a_n se denomina **coeficiente principal** del polinomio.

FUNCIONES CUADRATICAS

Para $n = 0$ y $n = 1$ tenemos, respectivamente,

$f(x) = a_0$, una **función constante**

$f(x) = a_1 x + a_0$, una **función lineal**

Una función polinomial de grado $n = 2$,

$$f(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

se llama **función cuadrática.** Por simplificar escribimos la forma general de una función cuadrática f como

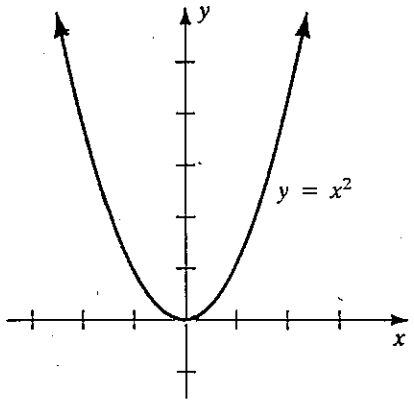
$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0 \tag{1}$$

La gráfica de una función cuadrática se denomina **parábola.** Se puede demostrar que todas las funciones cuadráticas tienen una gráfica de forma similar a la gráfica de $f(x) = x^2$. Si $a > 0$ en (1), la parábola se abrirá hacia arriba como en la figura 1(a), mientras que si $a < 0$ en (1) la parábola se abrirá hacia abajo como en la figura 1(b).

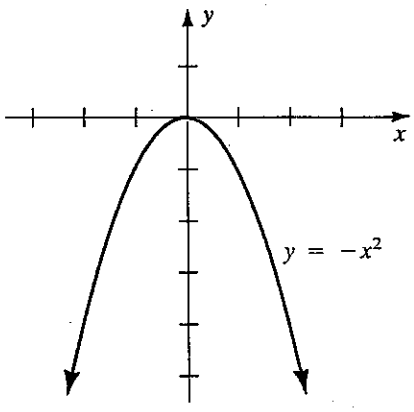
En el caso del polinomio cuadrático de término único $f(x) = ax^2$, las gráficas de $f(x) = ax^2$, $a > 0$, y $f(x) = -ax^2$, $a > 0$ son simples reflexiones una de otra a través del eje x (véase figura 2).

EJEMPLO 1

Grafique $f(x) = -x^2 + 4$.



(a)



(b)

FIGURA 1

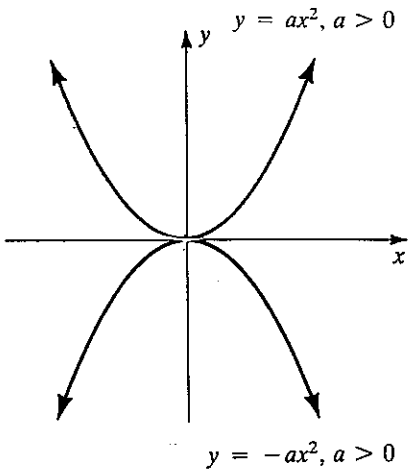


FIGURA 2

EJEMPLO 1

Gráfica $f(x) = -x^2 + 4$.

Solución. Por la sección 3.6 sabemos que la gráfica de $f(x)$ es la gráfica de $y = -x^2$ trasladada 4 unidades hacia arriba. En la figura 3 observe que el intersecto y es $f(0) = 4$ y los intersectos en x son -2 y 2 (las respuestas de la ecuación $f(x) = 0$ o $-x^2 + 4 = 0$).

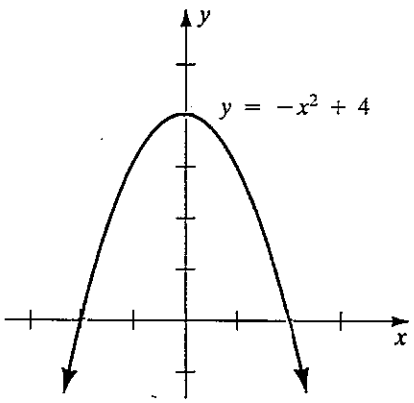


FIGURA 3

INTERSECTOS

El **intersecto en y** para la gráfica (1) es el valor $f(0) = c$. Para determinar si la gráfica tiene **intersectos en x**, debemos hallar cualquier raíz real de $f(x)$. Esto es, debemos hallar las soluciones reales, o raíces, de la ecuación $f(x) = 0$ ó

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad (2)$$

Aplicando a (2) la fórmula cuadrática, podemos ver que la gráfica de una función cuadrática puede o no tener intersectos en x. La tabla de la página siguiente sintetiza las 3 posibilidades.

$ax^2 + bx + c = 0, \quad x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	
$b^2 - 4ac > 0$	Dos raíces reales diferentes Dos intersectos en x La gráfica atraviesa el eje x dos veces.
$b^2 - 4ac = 0$	Raíces reales iguales Un intersecto en x: $-b/2a$ La gráfica es tangente al eje x.
$b^2 - 4ac < 0$	No hay raíces reales No hay intersectos en x La gráfica está completamente encima o completamente debajo del eje x

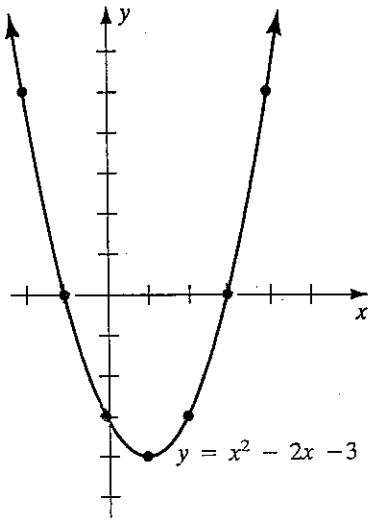


FIGURA 4

EJEMPLO 2

Grafique $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

Solución. Puesto que f es una función cuadrática con $a = 1 > 0$, sabemos que la gráfica será una parábola que se abre hacia arriba. El intersecto en y es $f(0) = -3$. Para hallar los intersectos en x, resolvemos

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

o

$$(x + 1)(x - 3) = 0$$

y hallamos que $x = -1$ ó $x = 3$. Utilizando esta información y marcando puntos de la tabla adjunta, obtenemos la gráfica que se muestra en la figura 4.

x	$f(x)$
−2	5
−1	0
0	−3
1	−4
2	−3
3	0
4	5

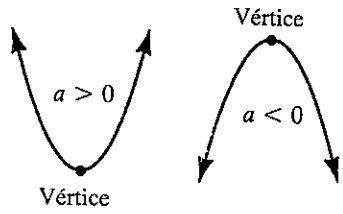


FIGURA 5

VERTICE

Si la gráfica de una función cuadrática se abre hacia arriba (abajo), el punto más *bajo (más alto)* sobre la parábola se llama **vértice** (véase figura 5).

En el ejemplo 2 *parece* que el vértice de la parábola está localizado en $(1, -4)$. El poder localizar el vértice de una parábola con precisión sería una ayuda considerable al graficar una función cuadrática. Para hacerlo, consideramos lo siguiente: completando el cuadrado en la expresión cuadrática $ax^2 + bx + c$, podemos escribir

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

como

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} \tag{3}$$

Vemos que, sin importar qué valor sustituye a x en (3), el término $(4ac - b^2)/4a$ no se altera. Por tanto el primer término $a[x + (b/2a)]^2$, determina la magnitud relativa de los valores funcionales $f(x)$. Si $a > 0$, entonces $a[x + (b/2a)]^2 \geq 0$. Se deduce que $f(x)$ tiene su *valor mínimo* cuando

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$$

esto es, para $x = -b/2a$. De la misma manera, si $a < 0$, entonces $a[x + (b/2a)]^2 \leq 0$, y f tiene su *valor máximo* cuando $x = -b/2a$. Por tanto, el vértice de la gráfica de una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ es el punto

$$\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) \tag{4}$$

EJEMPLO 3

Para $f(x) = x^2 - 2x - 3$, identificamos $a = 1$ y $b = -2$. Entonces el vértice de la gráfica es

$$\left(\frac{-(-2)}{2 \cdot 1}, f\left(\frac{-(-2)}{2 \cdot 1}\right)\right) = (1, f(1)) = (1, -4)$$

como se mostró anteriormente en la figura 4. Puesto que $a = 1 > 0$, $f(1) = -4$ es el valor mínimo de la función.

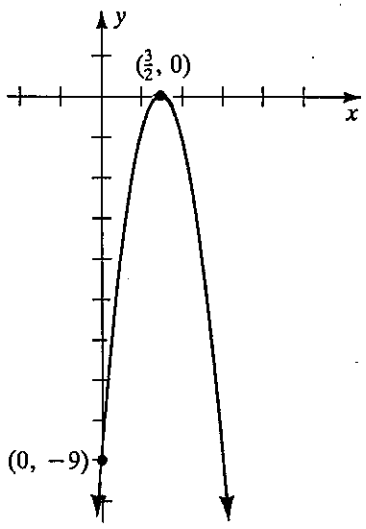
EJEMPLO 4

Grafique $f(x) = -4x^2 + 12x - 9$.

Solución. La gráfica de esta función cuadrática es una parábola que se abre hacia abajo, ya que $a = -4 < 0$. Identificando $a = -4$ y $b = 12$, vemos a partir de (4) que el vértice es

$$(\tfrac{3}{2}, f(\tfrac{3}{2})) = (\tfrac{3}{2}, 0)$$

y que $f(\frac{3}{2}) = 0$ es el máximo valor de la función. Ahora el intersecto en y es $f(0) = -9$. Resolviendo $-4x^2 + 12x - 9 = 0$, hallamos que hay sólo un intersecto en x, a saber, $\frac{3}{2}$. Por supuesto, esto se esperaba, ya que el vértice $(\frac{3}{2}, 0)$ está sobre el eje x. Como lo muestra la figura 6 se puede obtener un esquema aproximado con sólo estos dos puntos.



$y = -4x^2 + 12x - 9$

FIGURA 6

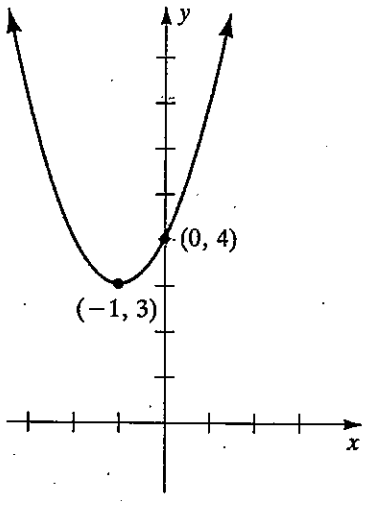
EJEMPLO 5

Grafique $f(x) = x^2 + 2x + 4$.

Solución. La gráfica es una parábola que se abre hacia arriba. Identificando $a = 1$ y $b = 2$, vemos que el vértice es

$$\left(\frac{-2}{2 \cdot 1}, f\left(\frac{-2}{2 \cdot 1}\right)\right) = (-1, 3)$$

El intersecto en y es $f(0) = 4$. Resolviendo $x^2 + 2x + 4 = 0$, no encontramos soluciones reales. Por tanto, la gráfica no tiene intersectos en x. Puesto que el vértice está por encima del eje x, la gráfica debe localizarse por completo encima del eje x (véase figura 7).



$y = x^2 + 2x + 4$

FIGURA 7

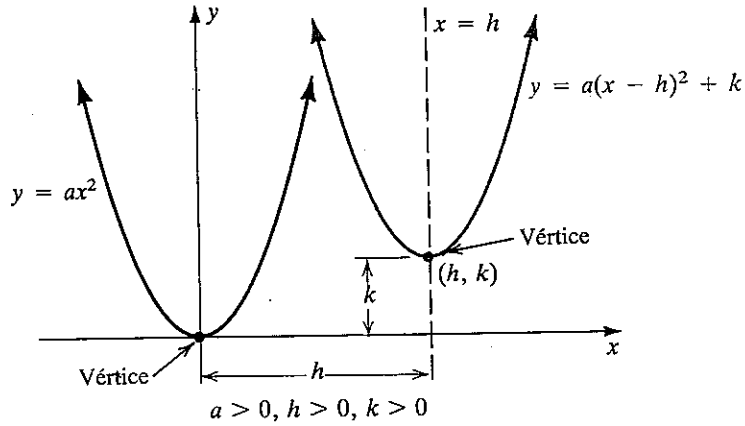
TRASLACION DE GRAFICAS

En el ejemplo 1 vimos que la gráfica de una función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + c$ puede obtenerse de la gráfica de $y = ax^2$ por medio de una traslación vertical. Completando el cuadrado, podemos escribir $f(x) = ax^2 + bx + c$, $b \neq 0$, como

$$f(x) = a(x - h)^2 + k \tag{5}$$

La gráfica de esta ecuación es la gráfica de $y = ax^2$ trasladada horizontalmente $|h|$ unidades y luego trasladada verticalmente $|k|$ unidades. (Utilizamos signos de valor absoluto debido a que h y k pueden ser negativos). La figura 8 ilustra el caso en el que $a > 0$, $h > 0$, y $k > 0$.

Un examen de la figura 8 y una comparación de las ecuaciones en (3) y (5) revelan que el vértice de la gráfica de $f(x) = a(x - h)^2 + k$ es (h, k). De esta manera, obtenemos las coordenadas del vértice directamente; no hay necesidad de memorizar $-b/2a$ ni tampoco de calcular la función cuadrática en este número. Observe también que la gráfica de $f(x) = a(x - h)^2 + k$ es simétrica con respecto a la línea $x = h$.



$a > 0, h > 0, k > 0$

FIGURA 8

EJEMPLO 6

Compare las gráficas de (a) $f(x) = (x - 2)^2$ y (b) $f(x) = (x + 3)^2$.

Solución

(a) La gráfica punteada de la figura 9 es la gráfica de $y = x^2$. Trasladando esta gráfica 2 unidades a la derecha, obtenemos la gráfica de $f(x) = (x - 2)^2$. La gráfica se muestra a color. Observe en la figura y en las identidades $h = 2$ y $k = 0$ que el vértice de la gráfica es $(2, 0)$.

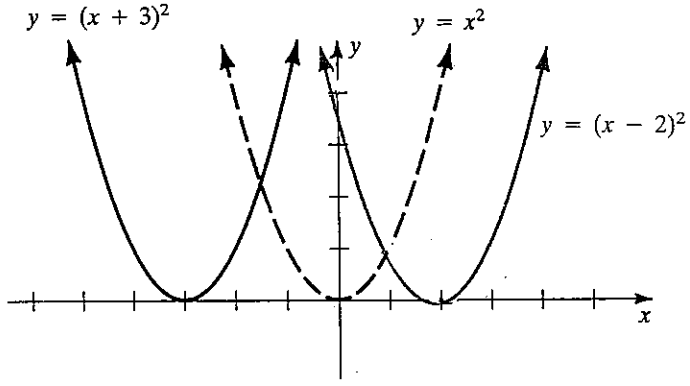


FIGURA 9

(b) La gráfica de $f(x) = (x + 3)^2$ se obtiene trasladando la gráfica de $y = x^2$ hacia la izquierda, tres unidades. Esta es la gráfica que aparece en negro en la figura 9. A partir de la ecuación, vemos que $h = -3$ y $k = 0$. Por tanto, el vértice es $(-3, 0)$.

EJEMPLO 7

Grafique $f(x) = -x^2 - 7x - 10$.

Solución. Primero completamos el cuadrado. Para hacerlo, factorizamos -1 a partir de los términos que incluyen x, de modo que el coeficiente de x^2 sea (véase página 80).

$$f(x) = -(x^2 + 7x \quad\quad) - 10$$

Sumando $\frac{49}{4}$, el cuadrado de la mitad del coeficiente de x, dentro del paréntesis, le estamos sumando en realidad $-\frac{49}{4}$ a la expresión. Por tanto, compensamos sumando $\frac{49}{4}$ por fuera del paréntesis:

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x^2 + 7x + \tfrac{49}{4}) - 10 + \tfrac{49}{4} \\ &= -(x + \tfrac{7}{2})^2 + \tfrac{9}{4} \end{aligned}$$

En esta última ecuación vemos que $h = -\frac{7}{2}$ y $k = \frac{9}{4}$. El vértice de la gráfica es entonces $(-\frac{7}{2}, \frac{9}{4})$, y la gráfica es $y = -x^2$ trasladada $\frac{7}{2}$ unidades a la izquierda y $\frac{9}{4}$ unidades hacia arriba.

Sólo con esta información, podríamos fácilmente trazar una gráfica aproximada. Sin embargo, es siempre buena idea, que revisemos los intersectos. El intersecto en y es $f(0) = -10$. Para hallar los intersectos en x, resolvemos

$$-x^2 - 7x - 10 = 0, \quad \text{o} \quad (x + 5)(x + 2) = 0$$

Los intersectos en x son -5 y -2. Utilizando los cuatro puntos $(-\frac{7}{2}, \frac{9}{4})$, $(0, -10)$, $(-5, 0)$ y $(-2, 0)$, obtenemos la gráfica que se muestra en la figura 10.

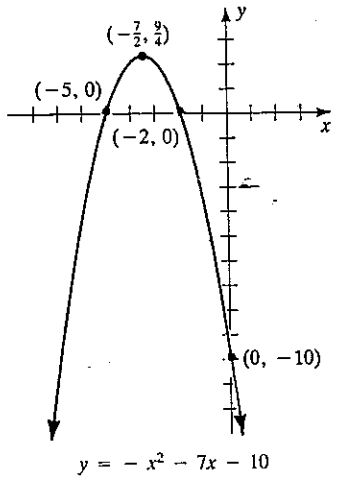


FIGURA 10

FUNCIONES CRECIENTES Y DECRECIENTES

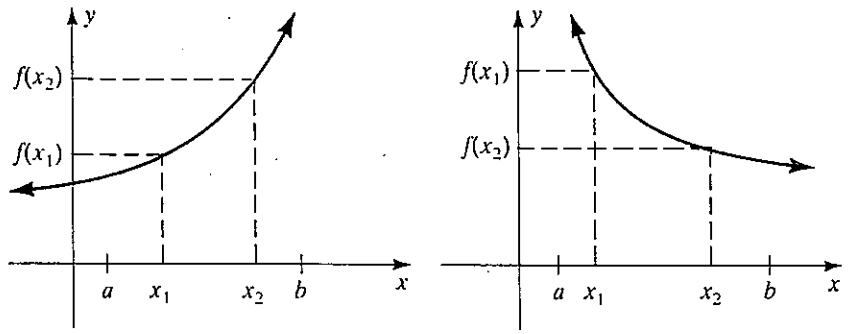
Para $a > 0$, los valores de la función lineal $f(x) = ax + b$ *aumentan* a medida que x aumenta (la gráfica se eleva de izquierda a derecha); para $a < 0$, los valores de función *disminuyen* a medida que x aumenta (la gráfica cae). En el primer caso, decimos que f es **creciente**, y en el segundo que f es **decreciente.** En general, tenemos la siguiente definición.

DEFINICION 2

Sea f una función definida en un intervalo, y sean x_1 y x_2 dos números cualesquiera en ese intervalo.

(i) f es **creciente** en el intervalo si $f(x_1) < f(x_2)$ siempre que $x_1 < x_2$.
(ii) f es **decreciente** en el intervalo si $f(x_1) > f(x_2)$ siempre que $x_1 < x_2$.

En la figura 11(a), f es creciente en el intervalo $[a, b]$, mientras que en la figura 11(b), f es decreciente en el intervalo $[a, b]$.



a) Creciente b) Decreciente **FIGURA 11**

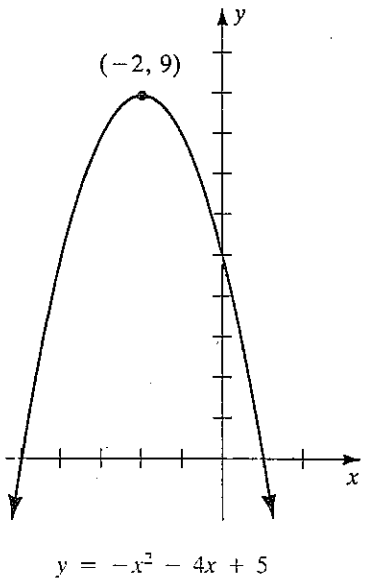


FIGURA 12

EJEMPLO 8

Halle el mayor intervalo sobre el cual la función $f(x) = -x^2 - 4x + 5$ sea creciente y el mayor intervalo en el cual sea decreciente.

Solución. La gráfica de la función es una parábola que se abre hacia abajo con vértice en $(-2, 9)$ (verifique esto). Como lo muestra la figura 12, la función es creciente en el intervalo $(-\infty, -2]$, y decreciente en el intervalo $[-2, \infty)$.

Muchos fenómenos diversos de la ciencia, ingeniería y comercio pueden describirse por medio de las funciones cuadráticas. Es necesario a menudo hallar el máximo o mínimo valor de tal función.

EJEMPLO 9

Un ganadero desea construir un corral rectangular con 1,000 pies de cercado. ¿Cuáles deben ser las dimensiones del corral para que el área cercada sea máxima?

Solución. Como se muestra en la figura 13(a), designamos la anchura y la longitud del corral como w y l, respectivamente. El área está dada por

$$A = wl \tag{6}$$

y el perímetro es 1,000 pies. Por tanto,

$$2w + 2l = 1{,}000$$

Despejando l en esta ecuación nos da

$$l = \tfrac{1}{2}(1{,}000 - 2w) = 500 - w$$

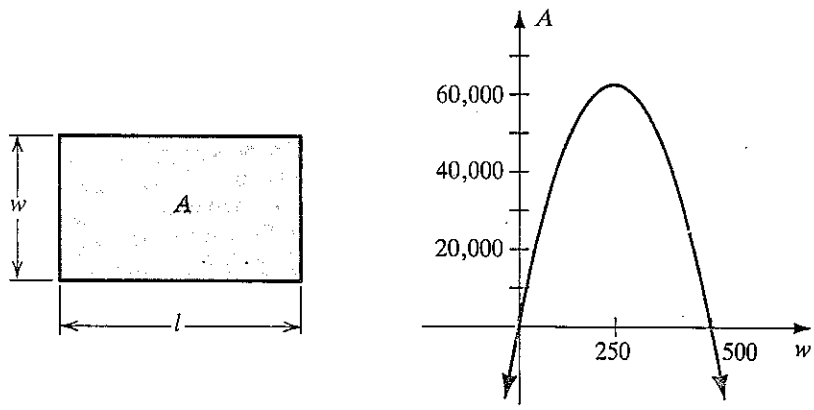


FIGURA 13 (a) (b)

Sustituyendo este resultado en (6), tenemos

$$A = w(500 - w)$$

Hemos expresado así el área A como una función de la variable w.

$$A(w) = w(500 - w) = 500w - w^2$$

Esta función se grafica en la figura 13(b).

Puesto que la parábola se abre hacia abajo, el valor máximo de A se da en el vértice. Utilizando (4) con $b = 500$ y $a = -1$, o completando el cuadrado, encontramos que el vértice está en $w = 250$. Puesto que la longitud correspondiente es

$$l = 500 - 250$$

las dimensiones deseadas son 250 pies por 250 pies.

EJERCICIO 4.1

En los problemas 1 al 6, grafique la función dada.

1. $f(x) = 4x^2$
2. $f(x) = -4x^2$
3. $f(x) = 4x^2 - 4$
4. $f(x) = 4x^2 + 5$
5. $f(x) = -4x^2 + 1$
6. $f(x) = -4x^2 - 4$

En los problemas 7 al 18, grafique la función dada. Halle el vértice de la parábola y los intersectos.

7. $f(x) = x^2 - 2x$
8. $f(x) = 1/3x^2 - 2x - 1$
9. $f(x) = (2-x)(x-2)$
10. $f(x) = (x-5)(x+2)$
11. $f(x) = 1/2x + x - 1$
12. $f(x) = x(x+1)$
13. $f(x) = 2 + 2x - 1/3x^2$
14. $f(x) = (4-x)^2$
15. $f(x) = (2-x)^2$
16. $f(x) = 2(x+3)^2$
17. $f(x) = (2+x)^2$
18. $f(x) = -x^2 + 2x + 7$

En los problemas 19 al 22, halle el mayor intervalo sobre el cual la función dada sea creciente y el mayor intervalo sobre el cual sea decreciente.

19. $f(x) = 5x^2 - 8x + 2$
20. $f(x) = -3x^2 + 7x - 5$
21. $f(x) = -1/2x^2 - x + 2$
22. $f(x) = 1/3x^2 - 2x - 4$
23. Para $f(x) = 1/3x^2 - 2x + 4$, responda si cada una de las siguientes afirmaciones es falsa o verdadera.
    (a) La función crece en el intervalo $(0, +\infty)$. _____
    (b) La función decrece en el intervalo $(-\infty, 3)$. _____
    (c) La gráfica abre hacia arriba. _____
    (d) El valor mínimo de $f(x)$ es 4. _____
    (e) No hay intersectos en el eje x. _____
    (f) La gráfica pasa por el punto $(-3, 13)$ _____
24. Sea $f(x) = ax^2 + bx + c$.
    (a) Pruebe que si $a > 0$ y $x_1 < x_2 < -b/2a$ entonces $f(x_1) > f(x_2)$
    (b) Pruebe que si $a > 0$ y $-b/2a < x_1 < x_2$ entonces $f(x_1) < f(x_2)$
    (c) Pruebe que si $a < 0$ y $x_1 < x_2 < -b/2a$ entonces $f(x_1) < f(x_2)$
    (d) Pruebe que si $a < 0$ y $-b/2a < x_1 < x_2$ entonces $f(x_1) > f(x_2)$
    (e) ¿Cuáles son los intervalos máximos de crecimiento y decrecimiento de la función cuando $a > 0$ y cuando $a < 0$?

En los problemas 25 y 26, halle el valor máximo de $f(x)$.

25. $f(x) = -1/2x^4 + 3x^2 + 1$
26. $f(x) = -1/3x + 2\sqrt{x} + 5$
27. Halle dos números reales tales que su producto sea máximo y su suma sea 8.
28. ¿Es posible hallar dos números reales cuya diferencia sea 20 y cuyo producto sea máximo?, ¿mínimo? Si es así, halle los números. Si no, explique.
29. Halle dos números tales que la suma de sus cuadrados sea mínima y la suma de ellos sea 20.
30. Halle los dos números reales que hacen máxima la diferencia entre el cuadrado del primero y el duplo del cuadrado del segundo, si la suma de los números es 6.
31. Halle las dimensiones del rectángulo de área máxima inscrito en el triángulo que forman los ejes cartesianos y la recta $3x + 4y = 12$ (véase figura 14).

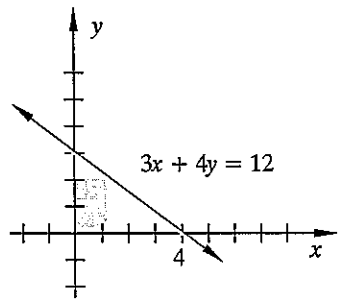


FIGURA 14

32. Halle el punto de la recta $y = 3x + 1$ que está más cercano al punto (6, 0). ¿Cuál es la distancia mínima? (véase figura 15.)

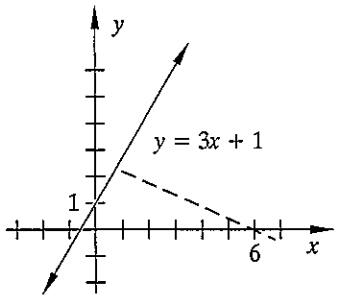


FIGURA 15

33. Considere la gráfica mostrada en la figura 16. Halle los puntos de ambas gráficas que hacen máxima su distancia vertical para $1 \le x \le 8$. ¿Cuál es la distancia vertical máxima?

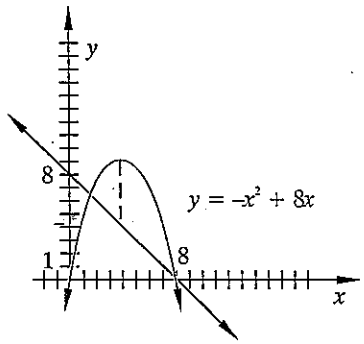


FIGURA 16

34. Un ranchero desea cercar un corral rectangular a lo largo de una corriente recta como muestra la figura 17. Si la longitud total de cerca disponible es de 3,500 pies, halle las dimensiones del área máxima del corral.

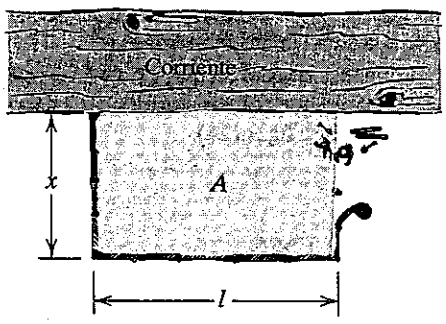


FIGURA 17

35. Se debe doblar un pedazo de alambre de L pulgadas para formar un rectángulo. Demuestre que el rectángulo que tiene la mayor área A es el cuadrado.

36. Suponga que se lanza una pelota que viaja de acuerdo con la ecuación

$$S(t) = -16t^2 + 128t$$

donde $S(t)$ mide la altura de la pelota (en pies) sobre el suelo al cabo de t segundos de ser lanzada. ¿Cuántos segundos tarda la pelota para alcanzar su máxima altura? ¿Cuál es esa máxima altura?

37. Una ventana normanda tiene la forma de un rectángulo con un semicírculo encima, como se muestra en la figura 18. Determine las dimensiones de área máxima que tiene como perímetro 12 pies y halle esa área máxima.

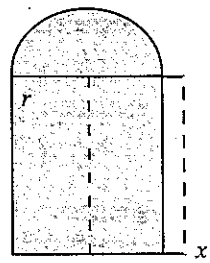


FIGURA 18

38. La gerencia de un hotel de 150 habitaciones ha determinado que con un precio diario por habitación, con el servicio incluido, de US$850, todas se mantienen ocupadas. Por cada habitación ocupada ellos pagan diariamente por concepto de impuestos y servicio aproximadamente US$350 y deben pagar por las desocupadas US$200 por impuestos. Un estudio de mercado determinó que por cada US$50 de incremento en el precio diario por habitación, 4 habitaciones dejan de ocuparse. ¿Cuál es el precio que deben cobrar para maximizar su ganancia diaria?

39. Un fabricante determina que el ingreso R obtenido por la producción y venta de x artículos está dado por la función

$$R(x) = 350x - 0.25x^2$$

Determine cuántos artículos deben fabricarse y venderse para obtener un máximo ingreso y cuál es el ingreso máximo.

40. Se llama función demanda para un artículo dado a la forma en que el precio por unidad de ese artículo "P" está relacionado con la cantidad de unidades x de ese artículo que se venden. Una fábrica de latas de puré de tomate ha determinado que la función demanda por una caja de latas de puré de tomate si vende x cajas viene dada por

$$P(x) = -x + 160$$

(a) ¿Cuántas cajas deberá vender para que el precio por caja sea de US$140?

(b) ¿Cuál será el ingreso que recibe la fábrica por la venta de x cajas?

(c) ¿Cuál será la cantidad de cajas que deben vender para maximizar su ingreso, y cuál será el precio por caja para lograrlo?

41. Se sabe que la ganancia de una compañía viene dada por la diferencia de ingreso y costo. Si en el problema 40 la gerencia de la fábrica conoce que el costo c de producir x cajas de latas de puré de tomate está dado por

$$C(x)=40x+10$$

determine el precio por caja que maximizará la ganancia de la fábrica. ¿Cuántas cajas deberán venderse?

42. Dentro de un lote rectangular de 120 pies de largo y 80 pies de ancho se debe construir un jardín rodeado por un sendero de anchura uniforme x. Exprese el área A del jardín como una función de x. ¿Qué ancho debe tener el sendero para que el jardín tenga un área de 5,200 pies^2?

43. Un modelo para la expansión de epidemias supone que la velocidad a la cual se propaga una enfermedad es conjuntamente proporcional al número de personas que ya tienen la enfermedad y al número de gente no infectada aún (esto es razonable, ya que si nadie la tiene no hay expansión de ésta, y si todos la tienen, entonces no puede expandirse más). Matemáticamente, el modelo está dado por la función cuadrática

$$R(D)=kD(P-D)$$

donde k es una constante de proporcionalidad mayor que cero que depende de la población, enfermedad, etc.; $R(D)$ es la velocidad de expansión (en casos por día), P es la población total y D es el número de personas que llevan la enfermedad.

(a) Si la población P es constante, determine la parte de la población que estará enferma para que la velocidad de expansión de la enfermedad sea máxima y note que esto no depende de R.

(b) Suponga que en una ciudad de 20,000 personas, 275 personas están enfermas el domingo y se reportan 57 nuevos casos el lunes. Calcule la constante k.

(c) Calcule la cantidad de nuevos casos que habrá el martes, miércoles, jueves, viernes y sábado. ¿Cuál será el total de casos que habrá al comenzar el domingo siguiente?

4.2 División de polinomios

Hay un método para dividir polinomios similar a la división larga de dos enteros positivos. Como repaso, examinamos la división 1,052 por 23.

$$\begin{array}{rl} & 45 \leftarrow \text{Cociente} \\ \text{Divisor} \rightarrow 23\overline{)1{,}052} & \leftarrow \text{dividendo} \\ & \underline{92} \\ & 132 \\ & \underline{115} \\ & 17 \leftarrow \text{Residuo} \end{array}$$

Escribimos el resultado de esta división, como

$$\tfrac{1052}{23} = 45 + \tfrac{17}{23}$$