Pauta Control 5 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Verano, 2010-2011

Tiempo : 30 **minutos .**

Nombre:

1. Calcule
$$\int_0^1 \frac{4x^2+2x+2}{x^3+x^2+x+1}dx$$

   Solución:

   Notar que $x^3+x^2+x+1=(x+1)(x^2+1)$ entonces se tiene que
$$\frac{4x^2+2x+2}{x^3+x^2+x+1}=\frac{4x^2+2x+2}{(x+1)(x^2+1)}=\frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2+1}$$

   Es decir
$$\frac{4x^2+2x+2}{x^3+x^2+x+1}=\frac{(A+B)x^2+(B+C)x+(A+C)}{(x+1)(x^2+1)}$$

   Por tanto $A+B=4$, $B+C=2$ y $A+C=2$, de donde se tiene que $A=B=2$ y $C=0$. Luego
$$\int_0^1 \frac{4x^2+2x+2}{x^3+x^2+x+1}dx=\int_0^1\left(\frac{2}{x+1}+\frac{2x}{x^2+1}\right)dx=\int_0^1\frac{2}{x+1}dx+\int_0^1\frac{2x}{x^2+1}dx$$

   donde
$$\int_0^1\frac{2}{x+1}dx=2ln(x)|_0^1=2(ln(2)-ln(1))=2ln(2)$$
$$\int_0^1\frac{2x}{x^2+1}=ln(x^2+1)|_0^1=ln(2)-ln(1)=ln(2)$$

   Entonces
$$\int_0^1 \frac{4x^2+2x+2}{x^3+x^2+x+1}dx=2ln(2)+ln(2)=3ln(2)$$

2. Determine la ecuación vectorial, paramétrica y cartesiana de la recta que pasa por los puntos $(1,1,3)$ y $(-2,0,3)$. ¿Es cierto que el punto (-5,-1,3) pertenece a la recta? Justifique su respuesta.

Solución:

Primero encontraremos la ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto $(1,1,3)$ y $(-2,0,3)$.

$$(x,y,z)=\lambda\left((-2,0,3)-(1,1,3)\right)+(1,1,3)=\lambda(-3,-1,0)+(1,1,3) \quad ,\lambda\in\mathbb{R}$$

La ecuación paramétrica es: $\lambda\in\mathbb{R}$

$$\begin{aligned} x &= -3\lambda+1\\ y &= -\lambda+1\\ z &= 3 \end{aligned}$$

La ecuación cartesiana es:

$$\frac{x-1}{-3}=1-y \quad , \quad z=3$$

Ahora para determinar si el punto $(-5,-1,3)$ esta en la recta debemos ver si satisface la ecuación. En la ecuación cartesiana podemos comprobar reemplazando los valores si se cumplen las igualdades. Es claro que $z=3$ se cumple, ahora reemplazando $x=-5$ e $y=-1$

$$\frac{-5-1}{-3}=1-(-1)=2$$

luego como se cumple la igualdad, se tiene que el punto esta en la recta.