

Taller 1 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Verano, 2010-2011

Actividad 1: Conteste de manera individual las siguientes preguntas.

1. ¿Qué importancia tiene para usted el estudio de las matemáticas?.
2. Después de haber visto el documental *La Vida Secreta del Caos*, ¿qué importancia tiene para usted el estudio de las matemáticas?.

Actividad 2: En grupos de tres personas, resuelva los siguientes ejercicios.

1. Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \in \mathbb{Q} \cap [a, b] \\ 1 & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \cap [a, b] \end{cases}$$

Calcule $s(f, P)$ y $S(f, P)$ para cualquier partición P del intervalo $[a, b]$.

2. Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = c$ para todo $x \in [a, b]$. Calcule $s(f, P)$ y $S(f, P)$ para cualquier partición P del intervalo $[a, b]$.
3. Calcule el valor de la siguientes sumas:

(a)

$$\sum_{i=1}^n i$$

(b)

$$\sum_{i=1}^n i^2$$

4. Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2$, con $0 < a < b$. Para cada $n \in \mathbb{N}$ defina la partición del intervalo $[a, b]$

$$P_n = \left\{ a, a + \frac{b-a}{n}, a + \frac{2(b-a)}{n}, \dots, a + \frac{(n-1)(b-a)}{n}, b \right\}$$

La partición P_n es llamada partición *regular* y cualquier punto de P_n es de la forma $t_i = a + \frac{i(b-a)}{n}$ con $i = 0, 1, \dots, n$.

(a) Calcule $s(f, P_n)$ y $S(f, P_n)$.

(b) Si n es suficientemente grande, o sea $n \rightarrow \infty$, ¿qué podría decir de $s(f, P_n)$ y $S(f, P_n)$?

(c) Si $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : a \leq x \leq b, 0 \leq y \leq f(x)\}$ y $A(R)$ es el área de la región R entonces sabemos que $s(f, P_n) \leq A(R) \leq S(f, P_n)$. Usando la parte (b), ¿cual sería el valor de $A(R)$?