

Control de Matemáticas II

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Primavera, 2008.

Tiempo: 15 minutos.

Nombre:

Resuelva solo uno de los siguientes problemas

1. ¿Cuál es la ecuación de la elipse que tiene focos en $(4, 2)$ y $(-4, 2)$ y uno de sus vértices es $(6, 2)$?

Solución:

El punto medio entre los focos es el centro de la elipse, es decir, el centro de la elipse es $(0, 2)$ y como el vértice está a 6 unidades del centro, entonces el semieje mayor mide $a = 6$ y como la distancia entre el foco y el centro es $c = 4$, entonces el semieje menor mide $b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{20}$.

3 puntos

Por lo tanto la ecuación de la elipse es:

$$\frac{x^2}{36} + \frac{(y-2)^2}{20} = 1$$

3 puntos

o lo que es lo mismo

$$\frac{x^2}{6^2} + \frac{(y-2)^2}{(\sqrt{20})^2} = 1$$

2. Considera el conjunto de puntos P cuya distancia al eje X es igual a su distancia al punto $(0, -2)$. Si es una cónica, encuentra su ecuación cartesiana y su(s) vértice(s).

Solución:

Por definición, el conjunto descrito en el enunciado es una parábola de foco $(0, -2)$ y directriz $y = 0$.

3 puntos

El vértice de la parábola es el punto medio entre $(0, -2)$ y la directriz, es decir el vértice es $(0, -1)$. La distancia del foco al vértice es $p = 1$ en la ecuación de la parábola:

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

Donde $(h, k) = (0, -1)$ son las coordenadas del vértice, entonces la ecuación de la parábola es:

$$x^2 = 4(y + 1)$$

3 puntos